



UNIVERSITAT  
POLITÈCNICA  
DE VALÈNCIA



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial

Disseny dun reductor de velocitat dengranatges cilíndrics  
helicoïdals de dues etapes per a un tren metropolità.

Treball Fi de Grau

Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials

AUTOR/A: Climent Motoso, Àlex

Tutor/a: Vila Tortosa, María Paloma

CURS ACADÈMIC: 2023/2024

## RESUM

L'objectiu del present projecte és el disseny i càlcul dels elements que constitueixen un reductor de velocitat per a un vehicle ferroviari metropolità. Aquest reductor tindrà com a funció la transmissió de la potència des d'un motor elèctric a l'eix muntat on estan calades les rodes del vehicle.

Els trens metropolitans tenen la necessitat d'adaptar la velocitat de gir i el parell aportat pel motor elèctric, reduint la velocitat i augmentant el parell, d'on s'origina la necessitat d'ús d'un reductor de velocitats. Els materials emprats i les solucions escollides al reductor estaran d'acord amb la potència i el parell requerits.

El reductor que es dissenya està constituït de dues etapes. L'eix d'entrada rep la potència subministrada pel motor elèctric del vehicle i la transmet a l'eix intermedi mitjançant els engranatges de la primera etapa. Els engranatges de la segona etapa transmeten la potència a l'eix d'eixida, que en aquest reductor de velocitat és el cos de l'eix muntat. Cada eix o arbre es subjecta pels extrems amb rodaments a la carcassa, que cobreix el conjunt.

Els càlculs de les amplàries dels engranatges es realitzen aplicant el mètode establert a la norma ISO 6336, per tal d'evitar les fallades superficial i per flexió en les dents. La selecció de l'oli lubricant dels engranatges, i de la resta d'elements ja que la lubricació es per barboteig, es realitza amb el mètode UNITED. Els diàmetres dels eixos del reductor es calculen considerant un criteri de rigidesa torsional i per tal d'evitar la fallada per fatiga; i addicionalment es du a terme la comprovació de que les deformacions laterals i els girs deguts a la flexió no superen els valors màxims recomanats. El càlcul del diàmetre del cos de l'eix muntat es realitza seguint el mètode especificat en la norma UNE-EN 13103-1. Finalment, la selecció del rodaments que suporten els eixos es du a terme d'acord amb la norma ISO 281. A més a més, es dissenya la carcassa del reductor i es seleccionen xavetes, volanderes, retens, casquets i cargols.

**Paraules clau:** reductor de velocitat; tren metropolità; engranatges cilíndrics helicoidals; rodaments; eix muntat

## RESUMEN

El objetivo del presente proyecto es el diseño y cálculo de los elementos que constituyen un reductor de velocidad para un vehículo ferroviario metropolitano. Este reductor tendrá como función la transmisión de la potencia desde un motor eléctrico al eje montado donde están caladas las ruedas del vehículo.

Los trenes metropolitanos tienen la necesidad de adaptar la velocidad de giro y el par aportado por el motor eléctrico, reduciendo la velocidad y aumentando el par, de donde se origina la necesidad de uso de un reductor de velocidades. Los materiales empleados y las soluciones escogidas en el reductor están de acuerdo con la potencia y el par necesarios.

El reductor diseñado está constituido de dos etapas. El eje de entrada recibe la potencia suministrada por el motor eléctrico del vehículo y la transmite al eje intermedio a través de los engranajes de la primera etapa. Los engranajes de la segunda etapa transmiten la potencia al eje de salida, que en este reductor de velocidad es el cuerpo del eje montado. Cada eje o árbol se sujeta por los extremos con rodamientos en la carcasa, la cual cubre el conjunto.

Los cálculos de los anchos de los engranajes se realizan aplicando el método establecido en la norma ISO 6336, con tal de evitar el fallo superficial y por flexión en los dientes. La selección del aceite lubricante de los engranajes, y del resto de elementos ya que la lubricación es por barboteo, se realiza con el método UNITED. Los diámetros de los ejes del reductor se calculan considerando un criterio de rigidez torsional y con tal de evitar el fallo por fatiga, y adicionalmente se lleva a cabo la comprobación de que las deformaciones laterales y los giros debidos a la flexión no superen los valores máximos recomendados. El cálculo del diámetro del cuerpo del eje montado se realiza siguiendo el método especificado en la norma UNE-EN 13103-1. Finalmente, la selección de los rodamientos que soportan los ejes se lleva a cabo de acuerdo con la norma ISO 281. Además, se diseña la carcasa del reductor y se seleccionan las chavetas, arandelas, retenes, casquillos y tornillos.

**Palabras clave:** reductor de velocidad, tren metropolitano, engranajes cilíndricos helicoidales, rodamientos, eje montado.

## **ABSTRACT**

The aim of this project is the design and calculation of the elements that constitute a speed reducer for a metropolitan railway vehicle. This reducer will have as a function the transmission of the power from an electric motor to the wheelset where the vehicle wheels are driven.

Metropolitan trains need to adapt the turning speed and torque provided by the motor, reducing speed and increasing torque, from which the need for a speed reducer arises. The materials used and the solutions chosen in the reducer are in accordance with the required power and torque.

The designed reducer consists of two stages. The input shaft receives the power supplied by the vehicle's electric motor and transmits it to the intermediate shaft through the gears of the first stage. The gears of the second stage transmit the power to the output shaft, which in the speed reducer is the mounted shaft's body. Each shaft is fastened by the ends with bearings in the housing, which covers the assembly.

Gear widths are calculated using the method set out in ISO 6336 in order to avoid surface failure and bending of teeth. The selection of the lubricating oil of the gears and the rest of the elements is done with the UNITED method. The diameters of the reducer's shafts are calculated considering a criterion of torsional rigidity and fatigue failure, and additionally, the lateral deformations and the twists due to bending are checked so that they don't exceed the recommended maximum values. The diameter of the wheelset body is calculated using the method specified in UNE-EN 13103-1: Finally, the selection of bearings supporting the axles is carried out in accordance with ISO 281. In addition, the housing of the reducer is designed, and the keys, washers, seals, caps, and screws are selected.

**Key words:** speed reducer, metropolitan train, gears, helical cylindrical gears, bearings, mounted shaft.

## **DOCUMENT I:**

### **MEMÒRIA**

## ÍNDEX

<b>Capítol 1. Introducció .....</b>	<b>1</b>
1.1. Objecte i justificació del Treball de Fi de Grau .....	1
1.2. Relació del TFG amb els Objectius de Desenvolupament Sostenible .....	1
1.3. Estructura de la memòria .....	3
<b>Capítol 2. Context del projecte .....</b>	<b>4</b>
2.1. Evolució històrica dels reductors de velocitat .....	4
2.2. Reductors de velocitat per a vehicles ferroviaris.....	4
2.3. Normativa .....	7
<b>Capítol 3. Descripció en detall de la solució adoptada.....</b>	<b>8</b>
3.1. Paràmetres inicials: relació de transmissió i moment torsor als eixos .....	8
3.2. Engranatges.....	9
3.2.1. Determinació del diàmetre dels engranatges .....	10
3.2.2. Determinació de l'amplària dels engranatges.....	11
3.2.3. Resultats.....	17
3.2.4. Selecció del lubricant.....	18
3.3. Eixos.....	18
3.3.1. Disseny a rigidesa torsional.....	19
3.3.2. Disseny a fallada per fatiga .....	22
3.3.3. Càlcul a deflexió.....	32
3.3.4. Disseny de l'eix d'eixida .....	34
3.4. Rodaments .....	45
3.4.1. Eix d'entrada .....	46
3.4.2. Eix intermedi .....	52
3.4.3. Eix d'eixida .....	57
3.5. Selecció dels elements de subjecció.....	60
3.6. Segellament .....	61
3.7. Disseny de la carcassa del reductor.....	62
<b>Capítol 4. Bibliografia .....</b>	<b>64</b>

## **CAPÍTOL 1. INTRODUCCIÓ**

### **1.1. Objecte i justificació del Treball de Fi de Grau**

L'objecte del present Treball de Fi de Grau (TFG d'ara endavant) és el disseny d'un reductor de velocitat de dues etapes per a un tren metropolità. La funció d'aquest consisteix en la transmissió de la potència generada per un motor elèctric a l'eix muntat del vehicle mitjançant engranatges cilíndrics helicoidals. El disseny d'aquest reductor s'ha realitzat partint d'unes condicions específiques, com són les característiques del motor elèctric i el vehicle ferroviari (potència i velocitat nominal del motor, velocitat màxima i diàmetre de les rodes del vehicle d'aquest). A més, aquest mecanisme deu anar muntat al bogie del vehicle, pel que la seua geometria ha de ser tal que es puga muntar fàcilment al bogie, ocupant poc espai i facilitant el manteniment.

Aquest TFG es presenta amb la finalitat de concloure els estudis de Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials impartit a l'Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial a la Universitat Politècnica de València.

### **1.2. Relació del TFG amb els Objectius de Desenvolupament Sostenible**

L'any 2015, l'Organització de les Nacions Unides (ONU) establí 17 objectius amb diferents metes per eliminar la pobresa, protegir el medi ambient i garantir la prosperitat. Des de fa anys, la Universitat Politècnica de València ha integrat aquests objectius en els plans d'estudi i mostra a l'alumnat l'impacte de l'enginyeria en l'assoliment dels diferents objectius.

Quant a la relació i l'impacte potencial d'aquest TFG en els Objectius de Desenvolupament Sostenible (ODS d'ara endavant), el grau de vinculació del present Treball es pot observar a la Taula 1.

Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

Objetivos de Desarrollo Sostenible	Alto	Medio	Bajo	No procede
<b>ODS1. Fin de la pobreza.</b>				X
<b>ODS2. Hambre cero.</b>				X
<b>ODS3. Salud y bienestar.</b>				X
<b>ODS4. Educación de calidad.</b>				X
<b>ODS5. Igualdad de género.</b>				X
<b>ODS6. Agua limpia y saneamiento.</b>				X
<b>ODS7. Energía asequible y no contaminante.</b>				X
<b>ODS8. Trabajo decente y crecimiento económico.</b>				X
<b>ODS9. Industria, innovación e infraestructuras.</b>				X
<b>ODS10. Reducción de las desigualdades.</b>		X		
<b>ODS11. Ciudades y comunidades sostenibles.</b>	X			
<b>ODS12. Producción y consumo responsables.</b>				X
<b>ODS13. Acción por el clima.</b>	X			
<b>ODS14. Vida submarina.</b>				X
<b>ODS15. Vida de ecosistemas terrestres.</b>				X
<b>ODS16. Paz, justicia e instituciones sólidas.</b>				X
<b>ODS 17. Alianzas para lograr objetivos.</b>				X

Taula 1. Objectius de Desenvolupament Sostenible

Els Objectius amb els quals el present Treball té una alta vinculació són el 11 i el 13 (Ciutats i comunitats sostenibles i Acció pel clima, respectivament). A més a més, el projecte té una vinculació mitjana amb l'Objectiu 10, Reducció de les desigualtats. Això és degut al seu paper clau en el funcionament dels sistemes de metro, els quals són sistemes de transport públic que permeten reduir els desplaçaments amb vehicle privat, són assequibles i accessibles per tota la ciutadania i no produeixen emissions directes d'efecte hivernacle durant la seua operació, ja que s'impulsen amb energia elèctrica.



### 1.3. Estructura de la memòria

La memòria comença donant context sobre l'objecte del projecte, la seua evolució històrica i les característiques específiques que aquests tenen quan estan dissenyats per a vehicles ferroviaris.

A continuació, al següent capítol es fa una descripció detallada de la solució adoptada, on es desenvolupa el procés de disseny que s'ha seguit: quins criteris s'han seguit, quins càlculs s'han realitzat i quines solucions s'ha escollit. Aquest capítol tanca el cos principal de la memòria. No obstant, tres annexos acompanyen a aquesta, per donar al lector tota la informació necessària per poder fabricar aquest reductor.

Al primer dels annexos, l'annex de taules i gràfiques, el lector pot trobar totes les taules i gràfiques que es referencien a la memòria i que han sigut necessàries per al càlcul dels diferents paràmetres i apartats.

En segon lloc, a l'annex de càlcul es pot trobar de forma detallada tots els càlculs que han sigut necessaris per desenvolupar el reductor. El càlcul d'alguns dels apartats és iteratiu, on el procés s'ha de repetir diverses vegades per trobar la solució adient. En aquests casos, l'annex de càlcul sols detalla el càlcul de la solució adoptada.

Per últim, els altres documents del projecte que s'inclouen són el document de plànols, que conté els plànols que defineixen tots els elements del reductor que no estan estandarditzats (es considera elements estandarditzats els caragols, les rosques, els retens i els rodaments) i document pressupost, en el que es realitza una valoració econòmica dels treballs de disseny i fabricació del reductor de velocitat objecte d'aquest Treball Fi de Grau.

## **CAPÍTOL 2. CONTEXT DEL PROJECTE**

### **2.1. Evolució històrica dels reductors de velocitat**

Un reductor de velocitat és un mecanisme emprat per transmetre la potència generada per un motor, adaptant la velocitat d'aquest motor a les necessitats de l'element arrossegat. Aquesta adaptació es du a terme variant el parell torsor transmés de forma inversament proporcional a la variació de velocitat. Aquesta adaptació es fa, principalment, mitjançant transmissions per engranatges.

Els reductors estan presents a pràcticament totes les indústries i màquines que fan servir un motor per al seu funcionament, siga aquest del tipus que siga. No obstant, el seu ús per a transmetre la potència als trens metropolitans data de començaments del segle XX. En aquesta època, els primers sistemes de metro, com el de Londres, Chicago o Budapest, feien servir trens compostos per una màquina de vapor al cap i cotxes que eren remolcats per la màquina. Aquest sistema primitiu tenia associats problemes de salubritat degut al fum de les màquines que s'acumulava als túnels i, degut a la gran afluència de passatgers que començaven a tenir aquests sistemes de transport, les màquines patien problemes de tracció degut a una càrrega excessiva.

La solució a aquest problema vingué de la mà de l'enginyer nord-americà Frank Julian Sprague. La seua idea era una adaptació de l'ascensor elèctric, que ell mateix havia inventat anys arrere, en el 1890. El sistema consistia en substituir la màquina de vapor tractora que encapçalava el comboi per motors elèctrics col·locats als bogies dels cotxes on viatjaven els passatgers. D'aquesta manera la potència arribava a quasi totes les rodes del tren, augmentant en gran mesura la tracció de la que disposava el vehicle, i permetia prescindir de la màquina de vapor. Aquest sistema eliminà el problema del fum als túnels de metro, millorà la tracció dels trens i va permetre que aquests foren més llargs del que havien sigut fins ara, pel que augmentava el nombre de passatgers que el sistema era capaç de transportar. No obstant, per al seu correcte funcionament, requeria que cada bogie motor comptara amb un reductor de velocitat compacte que transmetera la potència del motor elèctric als eixos.

Aquesta tecnologia acabà convertint-se en la forma estàndard de propulsió dels trens de metro a tot el món, així com de gran part dels trens de passatgers, fent dels reductors de velocitat com el d'aquest Treball una part fonamental del transport de passatgers en ferrocarril.

### **2.2. Reductors de velocitat per a vehicles ferroviaris**

El fet que el reductor de velocitat dissenyat en aquest Projecte és específic per a un vehicle ferroviari imposa unes condicions que s'han de considerar a l'hora d'abordar el disseny d'aquest. En primer lloc, està el muntatge d'aquest. A diferència d'altres reductors convencionals, els quals es recolzen directament en alguna superfície a la qual van caragolats, la solució més senzilla per a aquest reductor és anar suspès dels eixos d'entrada i eixida. Concretament, l'eix d'eixida és un eix muntat o eix ferroviari del vehicle i l'eix d'entrada és l'eix al qual es connecta el motor elèctric. La disposició d'aquests eixos, així com de l'eix intermedi es pot veure a la Figura 1.

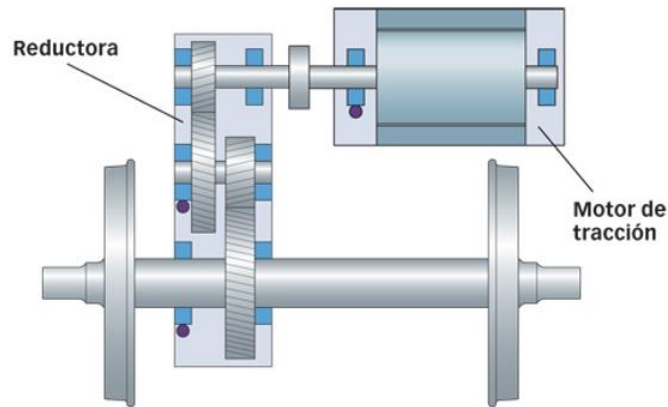


Figura 1. Esquema motor elèctric, reductor i eix muntat [1].

Per a realitzar el disseny del reductor de velocitat d'aquest TFG s'ha adoptat la configuració clàssica (més antiga) de "motor suspès pel nas" [1], en la que el motor elèctric es disposa transversalment i està suportat, per una banda pel bastidor del bogie i per una altra, per l'eix muntat per mitjà del reductor de velocitat. Així mateix, el reductor de velocitat es recolza tant en la travessa del bastidor del bogie com en l'eix muntat. Com es pot observar a la Figura 2, cada eix muntat del bogie motor està equipat amb el seu conjunt de motor i reductor de velocitat, de manera que els dos eixos muntats són motors.

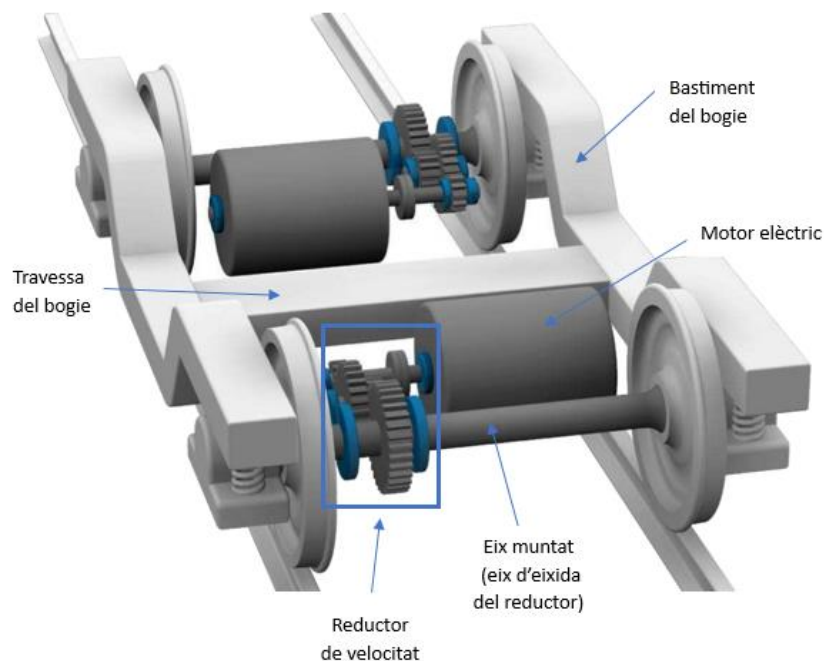


Figura 2. Posició del reductor de velocitat en el bogie del tren metropolità. Adaptada de [1].

A més, el reductor va muntat al bogie del vehicle ferroviari juntament amb altres elements com els motors elèctrics, les suspensions primària i secundària del tren, les rodes del vehicle i els elements estructurals del bogie en si. Degut a açò, s'ha de prioritzar una geometria el més compacta possible, per tal d'aprofitar el màxim l'espai disponible.

Per a il·lustrar el muntatge del motor i reductor en el bogie en la configuració de “motor suspès pel nas” s’inclou la Figura 3, que mostra el bogie motor AGV dels trens d’alta velocitat TGV del fabricant Alstom, on es pot observar el reductor i el motor suspès en el bastidor del bogie, així com altres elements com les suspensions primària i secundària.

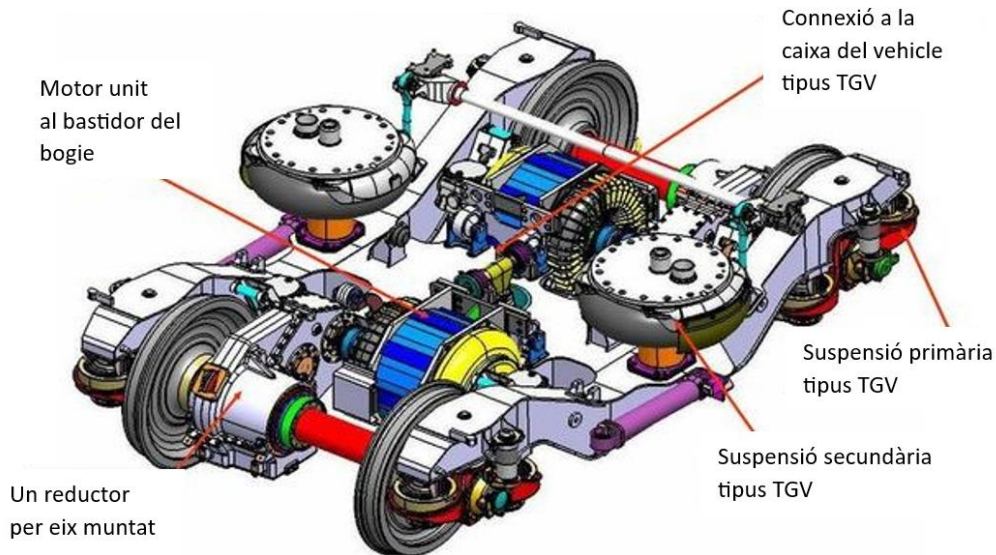


Figura 3. Bogie del fabricant Alstom.

A la Figura 4 es pot observar amb major detall la geometria de la carcassa del reductor de velocitat i el motor del bogie AGV, amb les corresponents unions al bastidor del bogie o a la caixa del vehicle.

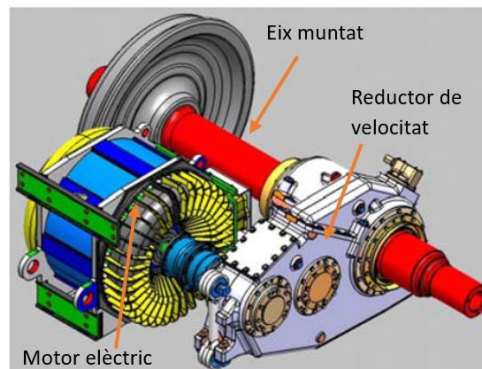


Figura 4. Conjunt de motor i reductor del fabricant Alstom.

El lloc on va muntat el reductor el deixa exposat a la intempèrie durant el normal funcionament del vehicle. No obstant, diversos elements que van muntats al bogie generen calor amb el seua operació, com els discs de fre, els motors elèctrics així com els propis elements que constitueixen el reductor, en concret els rodaments i engranatges. Per tot açò, la temperatura de treball serà lleugerament superior a la temperatura ambient, però com no se sap en quina regió del planeta circularà el vehicle, s’assumeix un rang de temperatures d’entre  $-10^{\circ}\text{C}$  i  $45^{\circ}\text{C}$ .

Aquestes condicions impliquen també que el nivell de contaminació al qual estarà exposat el reductor serà mitjà.

Per últim, degut al paper fonamental que els vehicles ferroviaris metropolitans juguen al transport de les grans ciutats i degut a que aquests vehicles transporten passatgers, el reductor ha de garantir la màxima fiabilitat i seguretat. Aquest ha de transmetre rotació i potència de forma uniforme i arrencar i aturar-se freqüentment sense que açò afecte al seu normal funcionament.

### 2.3. Normativa

La normativa que s'ha considerat per a la designació o càlcul dels diferents elements del reductor de velocitat dissenyat en aquest treball és la següent:

- La designació dels materials segueix la norma UNE-EN ISO 683-2:2019 [4] per als acers.
- Els mòduls normalitzats de les rodes cilíndriques s'obtenen de la norma UNE 18005, sèrie I [5].
- La viscositat del lubricant ve definida segons la norma ISO 3448 [6].
- Per al càlcul a fatiga dels rodaments se segueix la norma DIN ISO 281 [7]. Les dimensions d'aquests estan definides per la norma UNE 18037 [8] i aquests són escollits del catàleg de SKF [15].
- El cos de l'eix ferroviari s'ha dimensionat seguint el mètode descrit a la norma UNE-EN 13103-1 [9].
- Les xavetes han sigut seleccionades seguint la norma ISO 2491 [10].
- Les volanderes elàstiques s'han seleccionat segons la norma DIN 471 [11].
- Els retens s'han escollit seguint la norma ISO 6194 [12] i s'han seleccionat del catàleg de SKF [16].
- En últim lloc, per al cargolam s'han fet servir diferents normes segons el tipus de caragol.

### CAPÍTOL 3. DESCRIPCIÓ EN DETALL DE LA SOLUCIÓ ADOPTADA

#### 3.1. Paràmetres inicials: relació de transmissió i moment torsor als eixos

El reductor de velocitat a dissenyar transmetrà la potència generada per un motor elèctric a les rodes del vehicle ferroviari. És necessari, per tal de començar el procés de disseny, conèixer la relació de transmissió del reductor (la total i la de cadascuna de les dues etapes) així com el moment torsor que suporta cadascun dels tres eixos que conformen el reductor.

Els paràmetres d'entrada són la potència i la velocitat nominal del motor elèctric que munta el vehicle. Aquests valors han sigut obtinguts del web d'un dels majors fabricants de material rodant del mercat, Siemens Rail [2]. El valor dels paràmetres és:

- Potència nominal: 300 kW
- Velocitat nominal: 3.460 rpm = 362,33 rad/s

Per altra banda, és necessari també conèixer alguns paràmetres de funcionament del vehicle ferroviari on anirà muntat el reductor. El valor d'aquests paràmetres no està publicat, pel que ha sigut necessari suposar-los. Aquests paràmetres són la velocitat màxima del vehicle i la velocitat angular de les rodes, i els seus valors:

- Velocitat màxima del vehicle: 100 km/h

El càlcul de la velocitat angular de les rodes es realitza amb la velocitat màxima del vehicle i considerant un radi per a les rodes de l'eix ferroviari d'un tren de metro de 0,325 metres. D'aquesta forma, s'obté un valor de:

$$\omega = \frac{V}{R} = \frac{100}{0,325} = 85,47 \frac{rad}{s}$$

*Equació 1*

Amb els valors de la velocitat nominal a l'entrada i a l'eixida del reductor es pot calcular la relació de transmissió que deu tenir aquesta, tant la total com la de cada etapa. La relació de transmissió total del reductor es calcula com el quocient entre les velocitats angulars d'entrada i d'eixida:

$$i_T = \frac{\omega_e}{\omega_s}$$

*Equació 2*

Per altra banda, la relació de transmissió de cadascuna de les dues etapes es calcula amb l'expressió:

$$i_e = \sqrt[n]{i_t}$$

*Equació 3*

On  $n$  és el nombre d'etapes del reductor.

Emprant les equacions 2 i 3 s'obtenen els següent valors per a les relacions de transmissió:

## Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

$i_t$	4,24
$i_e$	2,06

Taula 2. Valor de la relació de transmissió total de les etapes

Es calcula ara el moment torsor produït als tres eixos que conformen el reductor de velocitat. Aquest moment és necessari conèixer-lo per poder calcular posteriorment el diàmetre dels eixos segons el criteri de rigidesa torsional.

En primer lloc, el moment torsor suportat per l'eix d'entrada es calcula com la relació entre la potència a l'eix i la velocitat angular d'entrada.

$$T = \frac{P}{\omega_e}$$

Equació 4

On la potència s'introdueix en Watts i la velocitat angular en radians/segon.

El moment torsor als eixos intermedi i d'eixida, per altra banda, es calcula multiplicant el torsor de l'eix anterior per la relació de transmissió de l'etapa:

$$T_n = T_{(n-1)} \cdot i_e$$

Equació 5

Sent:

- $T_n$  = Moment torsor de l'etapa.
- $T_{(n-1)}$  = Moment torsor de l'etapa anterior.
- $i_e$  = Relació de transmissió de l'etapa.

Amb les equacions 4 i 5 s'obté els següents moments torsors:

Eix	Moment torsor (Nm)
Entrada	827,97
Intermedi	1.704,75
Eixida	3.510

Taula 3. Valor dels moments torsors dels eixos

S'ha de tenir en consideració que aquests moments torsors són els teòrics. Un cop hagen sigut seleccionats els engranatges i s'haja determinat el nombre d'engranatges de cadascun, el valor de la relació de transmissió de cada etapa pot variar lleugerament, la qual cosa afectarà als moments torsors.

### 3.2. Engranatges

Els engranatges estaran fabricats amb acer 42CrMo4. Aquest és un acer bonificat (temperat i revingut) amb les següents característiques:

Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

	Su (N/mm <sup>2</sup> )	Sy (N/mm <sup>2</sup> )	E (N/mm <sup>2</sup> )	V (Coef. Poisson)	Duresa superficial
<b>42CrMo4</b>	1.120	1.040	210.000	0,3	321

Taula 4. Propietats mecàniques del material dels engranatges

El procés de selecció dels engranatges és un procés iteratiu, el qual s'ha realitzat amb un full de càlcul d'Excel. A continuació s'explica el procés a seguir per tal de seleccionar els engranatges i, a continuació, es mostra la solució final adoptada.

### 3.2.1. Determinació del diàmetre dels engranatges

En primer lloc, s'ha de calcular el diàmetre mínim del pinyó a rigidesa torsional. El factor determinant per al diàmetre dels engranatges a les reductores de velocitat és la rigidesa de l'eix.

El diàmetre primitiu mínim del pinyó per a garantir una adequada rigidesa torsional es pot calcular amb la següent expressió, que és funció del moment torsor  $T_e$  que transmet:

$$d_1^{min}(mm) \geq \text{sencer superior} \left( 9,3 \cdot \sqrt[4]{T_e(Nm)} \right) + 10 + 7,9 \cdot m_n$$

Equació 6

El mòdul normal dels engranatges és un valor que està estandarditzat a la norma UNE 18005, sèrie I [5]. A la següent taula es mostra els valors estandarditzats del mòdul normal d'ús preferent per al disseny dels engranatges:

m	0.5	0.6	0.8	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5	6	8	10	12	16	20	25
---	-----	-----	-----	---	------	-----	---	-----	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----

Taula 5 Mòduls estandarditzats

Per altra banda, quan es treballa amb engranatges cilíndrics helicoidals com en aquest cas, cal calcular el valor del mòdul aparent,  $m_t$ , (sent aquest el mòdul en direcció perpendicular a l'eix de rotació). Aquest valor es calcula en funció del mòdul normal  $m_n$  i l'angle d'hèlix  $\beta$  del dentat com:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos(\beta)}$$

Equació 7

El nombre de dents d'un engranatge ve definit com la relació entre el diàmetre primitiu d'aquest i el seu mòdul aparent

$$z = \frac{d}{m_t}$$

Equació 8

El valor de z resultant d'aquesta expressió pot donar decimals, per la qual cosa s'ha d'arrodonir el valor obtingut al valor sencer següent. Un cop fet açò, s'ha de tornar a calcular el diàmetre del pinyó amb el nou nombre de dents a partir de l'expressió. Alhora, el valor de les dents definitiu té com a resultat una variació en la relació de transmissió. Açò és degut a que la relació de transmissió d'una etapa es pot definir amb la següent expressió:



$$i_e = \frac{Z_{roda}}{Z_{pinyó}}$$

Equació 9

No obstant, dues coses s'han de tenir en consideració a l'hora de seleccionar el nombre de dents. Primerament, el nombre de dents de l'engranatge no pot ser major de 100, per tal de limitar els costos de fabricació dels engranatges. En segon lloc, s'ha d'evitar que es produïska interferència de generació en el tallat de les dents dels engranatges mitjançant una cremallera de tall. La interferència geomètrica es dona quan les circumferències de cap dels engranatges intersequen la línia d'acció més enllà dels punts d'interferència (punts de tangència de la línia d'acció amb les circumferències base dels engranatges). En aquest cas, el contacte del cap de les dents de la roda s'ha de produir amb una part del perfil de la dent del pinyó que està situada per sota de la circumferència base. Però per sota de la circumferència no es pot definir el perfil de l'evolvent, per la qual cosa els engranatges quedarien bloquejats. Si es produeixen condicions d'interferència geomètrica durant el tallat d'un engranatge amb cremallera de tall, la ferramenta de tall s'introduirà a la base de les dents, deixant-les debilitades degut a la reducció de secció resistent.

Es pot definir un nombre mínim de dents, per sota del qual es produirà la interferència de generació i les dents del engranatge tallat quedaran debilitades. Per al cas d'engranatges cilíndrics helicoidals, aquest valor ve definit per l'expressió:

$$z_{min} = \frac{2 \cdot \cos(\beta)}{\sin^2(\alpha_t)}$$

Equació 10

On  $\alpha_t$  és l'angle de pressió aparent, i es calcula com:

$$\alpha_t = \arctg\left(\frac{\operatorname{tg}(\alpha_n)}{\cos(\beta)}\right)$$

Equació 11

D'aquesta manera, s'ha de provar diferents valors estandarditzats per al mòdul normal per veure si el nombre de dents resultants compleix amb les restriccions.

Una vegada es té el nombre de dents i el diàmetre primitiu de l'engranatge, es procedeix a calcular la seua amplària.

### 3.2.2. Determinació de l'amplària dels engranatges

Quan es calcula l'ample d'engranatges s'ha de tenir en consideració la fallada per flexió i la fallada superficial. Degut a que la fallada per flexió no dona senyals d'avís i és catastròfica, mentre que la fallada superficial és progressiva, es tria un ample per a l'engranatge de forma que el coeficient de seguretat de la fallada per flexió siga major que el coeficient de la fallada superficial. D'aquesta manera, el coeficient de seguretat de l'engranatge ha de complir:

$$X_F > X_H \geq X$$

En primer lloc, es fa un dimensionat de l'ample de l'engranatge per a evitar la fallada per pressió superficial. Per fer açò, es calcula el coeficient de seguretat a pressió superficial i s'igualava al coeficient de seguretat, d'on s'obté un valor per a l'ample. Aquest procés es realitza de forma iterativa fins que el valor suposat de l'ample del rodament és igual al valor obtingut. El valor del coeficient de seguretat a pressió superficial ve donat per la següent expressió:

$$X_H = \left( \frac{S_{HP}}{\sigma_H} \right)^2$$

Equació 12

On:

- $S_{HP}$  és la tensió de contacte màxima admissible pel material en les condicions geomètriques de funcionament i lubricació de l'engranatge per a una vida determinada i amb un nivell de confiança conegut. Aquest valor depèn del material de fabricació dels engranatges, en aquest cas:

$$S_{HP} = 1.665 \frac{N}{mm^2}$$

- $\sigma_H$  és la tensió màxima deguda a la pressió superficial. El valor d'aquesta tensió ve donada per la següent expressió, derivada del model de contacte de Hertz:

$$\sigma_H = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_\varepsilon \cdot Z_\beta \cdot \sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d_i} \cdot \frac{1+i}{i}} \cdot \sqrt{K_A \cdot K_v \cdot K_{H\beta} \cdot K_{H\alpha}} \frac{N}{mm^2}$$

Equació 13

Per tant, per obtenir el valor de la tensió màxima, cal calcular el valor de la força tangencial,  $F_t$ , així com el valor dels coeficients  $Z$  i  $K$ . A continuació, es detallen les expressions de cadascun d'aquests exponents:

- $F_t$ : Força tangencial. Per a calcular la força tangencial entre una parella d'engranatges es considera la potència transmesa  $P$  i la velocitat tangencial en el punt primitiu  $v_t$  obtinguda a partir de la velocitat angular i el diàmetre primitiu del pinyó:

$$F_t = \frac{P}{v_t} = \frac{P}{\omega_1 \cdot d_1/2}$$

Equació 14

- $Z_H$ : coeficient geomètric:

$$Z_H = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos(\beta_b)}{\sin(\alpha_t) \cdot \cos(\alpha_t)}}$$

Equació 15

Sent:

$$\beta_b = \arcsin(\sin(\beta) \cdot \cos(\alpha_n))$$

Equació 16

- $Z_E$ : coeficient elàstic:

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \left( \frac{1-\nu_1}{E_1} + \frac{1-\nu_2}{E_2} \right)}}$$

Equació 17

Sent:

- $E_i$ : mòdul de Young del material de l'engranatge i (N/mm<sup>2</sup>)
  - $\nu$ : coeficient de Poisson del material i.
- $Z_\varepsilon$ : Coeficient de conducció. Aquest permet considerar l'efecte produït pel repartiment de càrrega entre diverses dents de l'engranatge. En el cas de dents helicoidals:

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3} \cdot (1 - \varepsilon_\beta) + \frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\alpha}} \quad \text{per a } \varepsilon_\beta < 1$$

Equació 18

$$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} \quad \text{per a } \varepsilon_\beta \geq 1$$

Equació 19

On

- $\varepsilon_\alpha$  és la relació de conducció, que és el nombre mitjà de parelles de dents en contacte

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{\pi \cos(\alpha_t)} \left[ \sqrt{\frac{z_1^2}{4} \sin^2(\alpha_t) + y_1^2 + z_1 y_1} + \sqrt{\frac{z_2^2}{4} \sin^2(\alpha_t) + y_2^2 + z_2 y_2} - \left( \frac{z_1 + z_2}{2} \right) \sin(\alpha_t) \right]$$

Equació 20

$$y_1 = \frac{h_{a1}}{m}$$

Equació 21

$$y_2 = \frac{h_{a2}}{m}$$

Equació 22

On  $h_{a1}$  i  $h_{a2}$  són les altures d'addendum.

- $\varepsilon_\beta$  és l'índex de recobriment, la relació entre la distància que avança una dent sobre la circumferència primitiva a causa de la seua inclinació respecte a la distància entre dents d'eixa circumferència.

$$\varepsilon_{\beta} = \frac{b \cdot \sin(\beta)}{\sin^2(\alpha_t)}$$

Equació 23

- $Z_{\beta}$ : factor d'angle de l'hèlix. Permet considerar l'efecte produït per la inclinació de la dent:

$$Z_{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\cos(\beta)}}$$

Equació 24

- $K_A$ : Coeficient d'aplicació. Aquest coeficient pondera les sobrecàrregues dinàmiques originades per factors externs a l'engranatge en si. El valor del coeficient està basat en el tipus de màquines motrius i a l'arrossegada. A falta de més informació es poden fer servir els valors de la Taula 1 a l'annex de taules i gràfiques.
- $K_V$ : Coeficient dinàmic. Té en consideració les càrregues dinàmiques internes degudes a la vibració del pinyó o la roda sobre l'arbre. Segons el mètode C, inclòs a la norma ISO 6336 [3], es pot obtenir una estimació d'aquest coeficient.

**Si  $\varepsilon_{\beta} \geq 1$ :**

$$K_V = 1 + \left( \frac{K_1}{K_A \cdot \frac{F_t}{b}} + K_2 \right) \cdot \frac{V \cdot z_1}{100} \cdot K_3 \cdot \sqrt{\frac{i^2}{1+i^2}}$$

Equació 25

On:

- $V$ : velocitat tangencial en m/s
- $Z_1$ : nombre de dents del pinyó
- $i$ : relació de velocitats, definida com  $Z_2/Z_1$
- $K_1$ : coeficient funció de la qualitat del tallat
- $K_2$ : dents rectes = 0,0193 – dentat helicoidal = 0,0087

Si  $K_A F_t/b < 100$  N/mm, s'hi introdueix 100.

- Si  $\frac{V \cdot z_1}{100} \sqrt{\frac{i^2}{1+i^2}} \leq 0,2 \frac{m}{s}$   $K = 2,0$

Equació 26

- Si  $\frac{V \cdot z_1}{100} \sqrt{\frac{i^2}{1+i^2}} > 0,2 \frac{m}{s}$   $K_3 = -0,357 \cdot \frac{V \cdot z_1}{100} \sqrt{\frac{i^2}{1+i^2}} + 2,071$  ( $K_{3min} = 1$ )

Equació 27

**Si  $\varepsilon_{\beta} < 1$ :**

$$K_V = K_{v\alpha} - \varepsilon_{\beta} \cdot (K_{v\alpha} - K_{v\beta})$$

Equació 28

On  $K_{V\alpha}$  és el coeficient per al dentat recte i  $K_{V\beta}$  per al dentat helicoidal amb  $\varepsilon_{\beta} \geq 1$

- $K_{H\beta}$ : Coeficient de distribució de càrrega longitudinal. Amb aquest coeficient es considera l'efecte ocasionat per una distribució de càrregues al llarg de l'ample de d'una dent diferent de la suposada al càlcul.

$$K_{H\beta} = H_1 + H_2 \cdot b + H_3 \cdot \left(\frac{b}{d_1}\right)^2$$

Equació 29

Els coeficients  $H_i$ , per a  $b$  i  $d_1$  s'introdueixen en mil·límetres i s'obtenen de la Taula 2, a l'annex de taules i gràfiques.

- $K_{H\alpha}$ : Coeficient de distribució de càrrega transversal. La distribució de la càrrega en la direcció transversal d'una dent depèn de diferents factors, però pot millorar si se sotmet als engranatges a un rodatge previ. Sempre i quan es complisca la següent condició:

$$\frac{F_t \cdot K_A}{b} \geq 100 \frac{N}{mm}$$

Equació 30

Es pot afirmar que, per a un índex de qualitat ISO 6 o millor,  $K_{H\alpha}=1$ . Per a pitjors índex de qualitat, el valor d'aquest coeficient es pot obtenir de la següent expressió:

$$K_{H\alpha} = \frac{1}{Z_{\varepsilon}^2}$$

D'aquesta forma, partint d'un valor inicial suposat d'amplària de l'engrenatge i iterant s'aplega al valor de l'ample de l'engrenatge que compleix amb el coeficient de seguretat per a pressió superficial.

Una vegada s'ha fet aquest primer càlcul, cal comprovar el coeficient de seguretat front a la fallada per flexió. Aquest coeficient es defineix com:

$$X_F = \frac{S_{PF}}{\sigma_F}$$

Equació 31

On:

- $S_{PF}$  és la tensió normal màxima admissible pel material en les condicions geomètriques i de funcionament de l'engrenatge per a una vida determinada i amb un nivell de confiança conegut.
- $\sigma_F$  és la tensió normal màxima deguda a la flexió que apareix a la base de les dents de l'engrenatge produïda per la força tangencial. Aquesta tensió ve definida per la següent expressió, segons el model de Lewis modificat [13]:

$$\sigma_F = \frac{F_T}{b \cdot m_n} Y_{Fa} \cdot Y_{\varepsilon} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_{\beta} \cdot Y_B \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_{F\beta} \cdot K_{F\alpha}$$

Equació 32

Els coeficients  $K_A$  i  $K_V$  ja han sigut definits prèviament, pel que a continuació s'exposa sols els coeficients correctors restants:

- $Y_{Fa}$ : coeficient de forma per a la càrrega aplicada a l'extrem. Aquest coeficient té en compte la geometria de la dent i, per al cas de dents helicoidals, el seu valor depèn del nombre virtual de dents,  $z_v$ :

$$\text{per a } 18 \leq z_v \leq 400 \quad Y_{Fa} = 38,18 \cdot z_v^{-1,29} + 2,11$$

Equació 33

$$\text{per a } z_v > 400 \quad Y_{Fa} = 2,07$$

- $Y_\epsilon$ : Coeficient de conducció. Aquest permet considerar la influència que té la relació de contacte (nombre mitjà de parelles de dents en contacte) front al treball de flexió.

$$Y_\epsilon = 0,25 + \left( \frac{0,75}{\epsilon_\alpha} \right)$$

Equació 34

- $Y_{Sa}$ : Coeficient de concentració de tensions a la base de la dent. Igual que amb el coeficient de forma, per a dents helicoidals el càlcul d'aquest coeficient depèn del nombre virtual de dents:

$$\text{per a } 18 \leq z_v \leq 430 \quad Y_{Sa} = 0,96 + 0,54 \cdot \log(z_v)$$

Equació 35

$$\text{per a } z_v > 430 \quad Y_{Sa} = 2,383$$

- $Y_\beta$ : Factor d'inclinació del dentat. Considera que la tensió generada pel flector a la base de l'engrenatge de dents helicoidals és menor que la que correspon a l'engrenatge virtual emprat per al càlcul. Aquest coeficient és funció de l'índex de recobriment:

$$Y_{\beta min} = 1 - 0,25\epsilon_\beta \quad (\beta > 30^\circ)$$

Equació 36

$$Y_\beta = 1 - \epsilon_\beta \left( \frac{\beta}{120^\circ} \right) \quad (\beta < 30^\circ)$$

Equació 37

El valor màxim de l'índex de recobriment en aquesta expressió serà 1.

- $Y_B$ : Factor de grossària del cercol. Té en consideració que la fallada pot tindre lloc degut a un diàmetre de fons de l'engrenatge massa proper al diàmetre de l'eix.

$$Y_B = 1 \quad \text{si } \frac{S_R}{h_t} \geq 1,2$$

$$Y_B = 1,6 \cdot \ln \left( 2,242 \frac{h_t}{S_r} \right) \quad \text{si } 0,5 < \frac{S_R}{h_t} < 1,2$$

Equació 38

- $K_{F\beta}$ : Coeficient de distribució de càrrega longitudinal. Aquest coeficient s'obté a partir del coeficient  $K_{H\beta}$  calculat prèviament, elevat a un exponent que és funció de l'ample de l'engrenatge  $b$  i de l'alçada d'una dent  $h$ , que es calcula com  $h = 2,25 \cdot m_t$  per a dents normals:

$$K_{F\beta} = (K_{H\beta})^{N_F} \quad \text{amb } N_F = \frac{1}{1 + \frac{h}{b} + \left(\frac{h}{b}\right)^2}$$

Equació 39

- $K_{F\beta}$ : Coeficient de distribució de càrrega transversal. El seu valor és el mateix que el del coeficient  $K_{H\beta}$ .

Aquests coeficients es calculen per a l'amplè obtingut amb el càlcul per a pressió superficial, i es comprova que el coeficient de seguretat que s'obté està per damunt del coeficient de seguretat a pressió superficial.

Per últim, s'ha de realitzar la següent comprovació:

*Si  $b > 2 \cdot d_1$  escollir un material més resistent*

*Si  $b \ll d_1$  escollir un material menys resistent*

### 3.2.3. Resultats

A les taules 6 i 7 es recullen els resultats definitius corresponents a la solució geomètrica adoptada per als engranatges de la primera i segona etapa, respectivament, així com a l'amplària de pinyó i roda de cada etapa que s'ha calculat per a evitar tant la fallada superficial com la fallada per flexió dels engranatges. A l'annex de càlcul es desenvolupen amb detall els càlculs realitzats.

Primera etapa ( $i_1 = 2,059$ )		
	Pinyó	Roda
Nombre de dents	17	35
Mòdul normal	10 mm	
Mòdul aparent	10,642 mm	
Diàmetre primitiu	180,91 mm	372,46 mm
Angle de pressió	20°	
Angle d'inclinació del dentat	20°	
Amplària	94 mm	

Taula 6. Característiques engranatges de la primera etapa

Segona etapa ( $i_2 = 2,053$ )		
	Pinyó	Roda
Nombre de dents	19	39
Mòdul normal	10 mm	
Mòdul aparent	10,642 mm	
Diàmetre primitiu	202,19 mm	415,03 mm
Angle de pressió	20°	
Angle d'inclinació del dentat	20°	
Amplària	167 mm	

Taula 7. Característiques engranatges de la segona etapa

Es pot comprovar amb aquests valors que la relació de transmissió obtinguda està dins del marge d'error del 5% prèviament establert.

### 3.2.4. Selecció del lubricant

Per últim, queda seleccionar el lubricant que farà servir el reductor. Una correcta lubricació dels engranatges evitarà el sorgiment de problemes com el "pitting" o el gripat, entre altres. Per a la selecció d'aquest es disposa de diversos mètodes empírics, que són aplicables depenent de la càrrega i la velocitat concretes de l'aplicació en qüestió. Per a aquest reductor, es farà servir el mètode UNITED [13].

Aquest mètode és d'aplicació a engranatges amb velocitats i càrregues mitjanes, on la càrrega és avaluada mitjançant un factor K, del qual depèn la tensió de contacte  $\sigma_H$ , definit com:

$$K = \frac{F_t}{b \cdot d_1} \cdot \frac{i+1}{i}$$

Equació 40

Amb  $F_t$  en N i  $b$  i  $d_1$  en mm.

La selecció del lubricant es fa amb la seua viscositat a 38°C. Per calcular aquesta, cal conèixer en primer lloc la relació  $K/v_t$ , ja que d'aquest valor dependrà l'expressió per obtenir la viscositat. Aquestes expressions són d'aplicació per a temperatures entre 10 i 25°C:

$$\text{Si } 2,5 \cdot 10^{-3} \leq K/v_t \leq 20 \text{ i } v_t \leq 20$$

$$\log(v_{38}) = -0,028 \cdot \left(\log \frac{K}{v_t} K_A\right)^3 - 0,025 \cdot \left(\log \frac{K}{v_t} K_A\right)^2 + 0,460 \cdot \left(\log \frac{K}{v_t} K_A\right) + 2,593$$

Equació 41

$$\text{Si } 2,5 \cdot 10^{-3} \leq K/v_t \leq 20 \text{ i } v_t > 20$$

$$v_{38} = \frac{67500}{\left(10 \cdot v_t \cdot d_1 \cdot \frac{i+1}{i}\right)^{0,6}}$$

Equació 42

Amb  $v_t$  en m/s,  $d_1$  en mm i  $v$  en cSt.

Per a temperatures ambient superiors a 25°C, s'augmenta un 10% la viscositat per cada increment de 2,5°C. Per altra banda, els impactes tendeixen a trencar la pel·lícula de lubricant. Per a considerar aquest efecte, el coeficient d'aplicació  $K_A$  multiplica el factor K (és a dir, majora la força tangencial sobre l'engranatge).

El càlcul del lubricant amb el mètode UNITED dona com a resultat una viscositat a 38°C de 821,51 cSt, pel que es farà servir com lubricant l'oli mineral ISO VG-680.

### 3.3. Eixos

Aquest reductor de dues etapes té tres eixos a calcular: l'eix d'entrada, l'intermedi i el d'eixida. No obstant, aquest reductor es dissenya per a un vehicle ferroviari i l'eix d'eixida és el propi cos de l'eix muntat motor del vehicle, on van calades les rodes i el disc de fre. Degut a açò,



per al càlcul del diàmetre de l'eix d'eixida no es realitzarà el càlcul a fatiga amb el mateix mètode emprat per als eixos d'entrada i intermedi [13], sinó que se seguirà el procés definit per la norma UNE-EN 13103 part 1 [9], relativa al disseny d'eixos ferroviaris amb manguetes exteriors.

En primer lloc, convé determinar la disposició dels eixos del reductor. La solució seleccionada, una disposició en eixos coplanaris mostrada a la Figura 5, s'ha escollit prevalent que siga el més compacta possible.

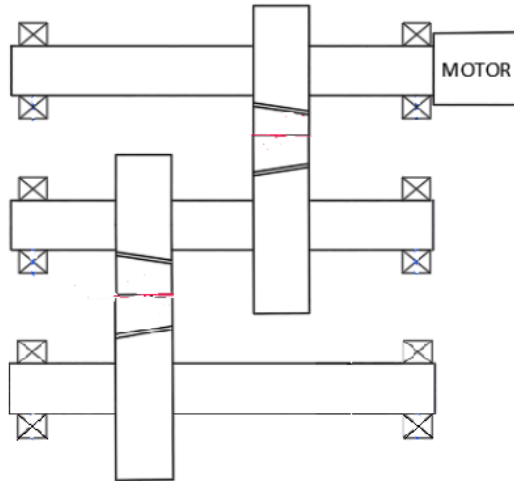


Figura 5. Disposició dels eixos del reductor.

Quant al material dels eixos, l'eix d'entrada i l'intermedi estan fabricats en el mateix material que els engranats, acer 42CrMo4, les característiques del qual s'han exposat a la Taula 4.

### 3.3.1. Disseny a rigidesa torsional

La primera aproximació al diàmetre dels eixos es fa mitjançant el càlcul de rigidesa torsional. La potència ha de ser transmesa a través dels eixos de forma uniforme per a la qual cosa la rigidesa torsional d'aquests és clau. Si aquesta és massa baixa es poden donar problemes de vibracions torsionals, els qual afectaran al funcionament i reduiran la vida de servei dels engranats i dels rodaments.

El gir produït per un moment torsor  $T$ , sobre una longitud  $L$ , a una secció de moment polar d'inèrcia  $J$  es calcula amb l'expressió:

$$\theta = \frac{T \cdot L}{J \cdot G}$$

Equació 43

Tenint en consideració una secció circular com la de l'eix:

$$\frac{\theta}{L} = \frac{32 \cdot T}{\pi \cdot d^4 \cdot G}$$

Equació 44

Si ara s'aïlla el diàmetre:

$$d = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot T}{\pi \cdot \frac{\theta}{L} \cdot G}}$$

Equació 45

On:

- T: moment torsor en N·m
- G: mòdul de rigidesa torsional de l'acer,  $8,1 \cdot 10^{10}$  N/m<sup>2</sup>
- L: longitud de l'eix en m
- $\Theta$ : angle de deformació en radians.

En primer lloc, s'ha de tornar a calcular el valor del moment torsor a l'eix intermedi i a l'eix d'eixida amb el nombre de dents dels engranatges, calculant la relació de transmissió amb l'equació 9 i el moment torsor d'aquests eixos amb l'equació 5. D'aquesta forma, s'obtenen els resultats següents:

Eix	Moment torsor (Nm)
Entrada	827,97 Nm
Intermedi	1.704,65 Nm
Eixida	3.499,02 Nm

Taula 8. Valors reals dels moments torsors

En les figures 6, 7 i 8 es representen els diagrames de moments torsors a l'eix d'entrada, intermedi i d'eixida del reductor, respectivament.

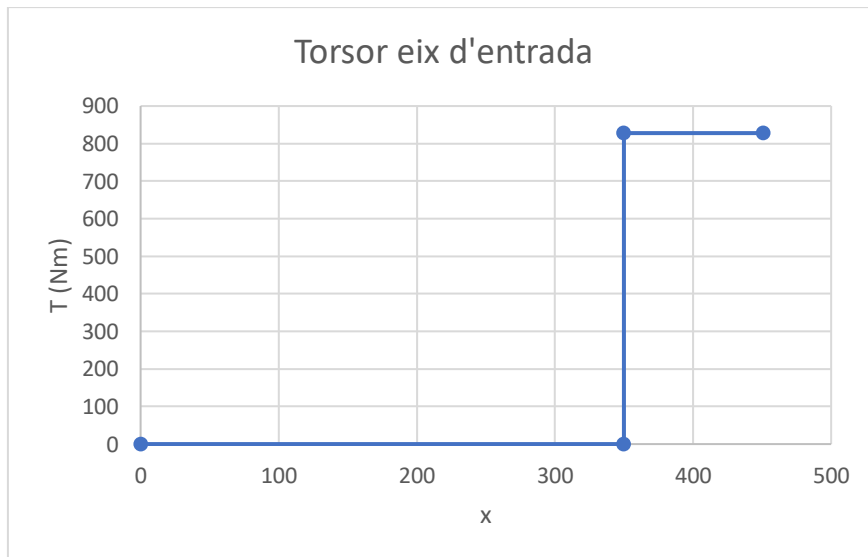


Figura 6. Moment torsor a l'eix d'entrada

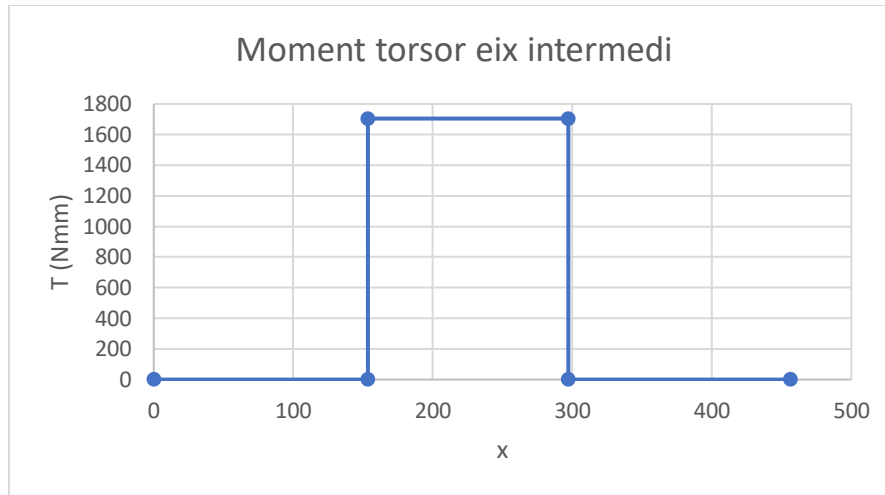


Figura 7. Moment torsor a l'eix intermedi

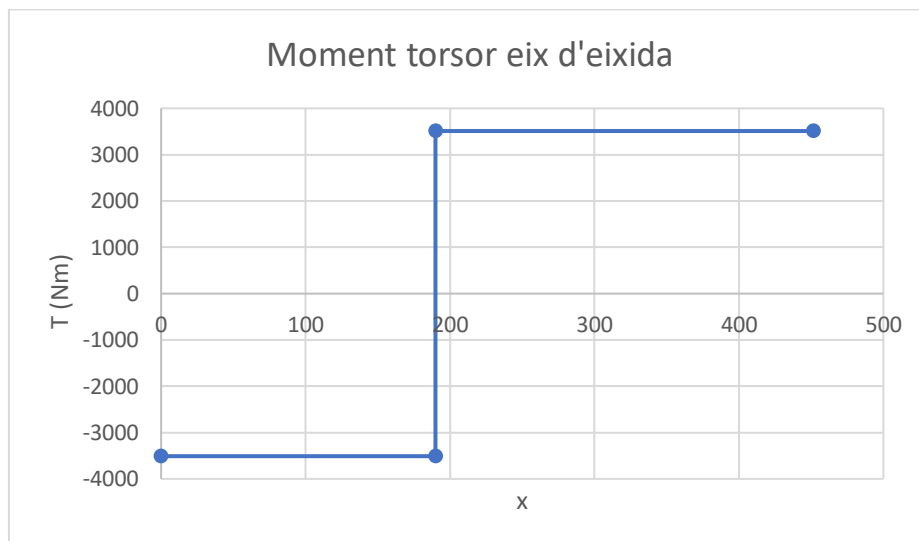


Figura 8. Moment torsor a l'eix d'eixida

Amb aquests valors del moment torsor i l'equació 44 es pot calcular el valor del diàmetre necessari per tal que l'eix tinga la rigidesa torsional suficient, però primer cal establir un valor màxim per a la deformació angular per torsió. Per a una major seguretat, els càlculs es realitzen per a dos valors diferents,  $1^\circ/20d$  i  $1,5^\circ/m$  (els criteris més habituals per a aquest càlcul [13]) i s'escollirà el major diàmetre d'entre les dues opcions. L'aplicació numèrica es pot trobar a l'annex de càlcul adjunt. Els valors obtinguts, majorant els resultats als diàmetres normalitzats dels eixos, són:

Eix	Diàmetre (mm)
Entrada	50
Intermedi	65
Eixida	80

Taula 9. Valors normalitzats dels diàmetres dels eixos calculats a rigidesa torsional.

### 3.3.2. Disseny a fallada per fatiga

Amb el càlcul de la rigidesa torsional realitzat a l'apartat anterior s'ha obtingut una primera aproximació al diàmetre necessari per als eixos. No obstant això, també s'ha de comprovar que a les seccions crítiques dels eixos el coeficient de seguretat a fatiga està per sobre d'un valor mínim necessari. Alhora, per a seccions que no tenen parell torsor però que són crítiques cal comprovar quin és el diàmetre necessari que evita la fallada per fatiga. Aquestes seccions crítiques són xaveters (els quals actuen com concentradors de tensions), canvis de secció, ranurats per volanderes elàstiques i seccions amb moments màxims.

En un eix de secció massissa s'obté les següent tensions:

- Tensió normal màxima (en la superfície de l'eix) ocasionada per un moment flector  $M$ . Donat que l'eix es troba girant i el moment flector  $M$  és estacionari, l'eix està sotmés a flexió rotativa i, per tant, tots del punts de la superfície experimenten cicles de tensions normals alternants pures de la següent amplitud:

$$\sigma_a = \frac{32 \cdot M}{\pi \cdot d^3}$$

Equació 46

- Tensió normal uniforme en tota la secció transversal de l'eix ocasionada per una força axial  $N$  constant. A efectes del càlcul a fatiga, es considera com una tensió mitjana i les solen tenir en compte si és de tracció:

$$\sigma_m = \frac{4 \cdot N}{\pi \cdot d^2}$$

Equació 47

- Tensió tangencial màxima a la superfície originada per un moment torsor  $T$  constant. En el càlcul a fatiga es considera com una tensió tangencial mitjana:

$$\tau_m = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3}$$

Equació 48

Les tensions tangencials produïdes pels esforços tallants són notablement inferiors a les degudes a un moment torsor i no influeixen de forma important en el càlcul de fatiga, pel que se solen menysprear.

El càlcul del diàmetre dels eixos a fatiga es du a terme mitjançant el mètode de les tensions proporcionals per a materials dúctils. La tensió alternant uniaxial es defineix a partir de les components alternants de les tensions normals i tangencials com:

$$\sigma_{au} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3 \cdot \tau_a^2}$$

Equació 49

I la tensió mitjana uniaxial s'obté a partir de les components mitjanes de les tensions normals de la següent forma:

$$\sigma_{mu} = \sigma_m = 0$$

Equació 50

En l'equació 50, s'ha tingut en compte que la tensió mitjana es nul·la, perquè en la secció analitzada no actua cap esforç axial, o és de compressió (en aquest cas, s'obvia i no es considera el seu efecte beneficiós per a estar al costat de la seguretat). Si apliquem el criteri de Goodman s'obté que la tensió estàtica equivalent és:

$$\sigma_{eq} = \sigma_{mu} + \frac{S_u}{S_e} \cdot \sigma_{au}$$

Equació 51

En aquest cas, el coeficient de seguretat compara la tensió normal de ruptura  $S_u$  amb la tensió estàtica equivalent  $\sigma_{eq}$ , per tal de conèixer si l'eix tindrà vida infinita amb un cert marge de seguretat o no. Si s'eliminen els valors nuls, s'obté la següent expressió per al coeficient de seguretat X:

$$X = \frac{S_u}{\sigma_{eq}} = \frac{S_e \cdot \pi \cdot d^3}{32 \cdot M_a \cdot k_f}$$

Equació 52

Aïllant el diàmetre en aquesta equació queda:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_a \cdot k_f \cdot X}{S_e \cdot \pi}}$$

Equació 53

Degut a que una fallada per fatiga d'un eix d'aquest reductor suposaria un seriós risc per a la vida de les persones, s'ha optat per calcular el diàmetre dels eixos amb un coeficient de seguretat, X, alt, concretament X = 8. Es pot observar a més que el valor del diàmetre depèn del terme  $M_a$ , el qual és el valor del moment flector total a la secció més sol·licitada. Per obtenir aquest valor, en primer lloc s'ha de calcular el valor de les reaccions als rodaments. Aquestes reaccions venen originades per les forces que generen els engranatges als eixos. En concret, per una força tangencial, una radial i una axial:

$$F_t = \frac{T}{D/2}$$

Equació 54

$$F_r = F_t \cdot \tan(\alpha_t)$$

Equació 55

$$F_a = F_t \cdot \tan(\beta)$$

Equació 56

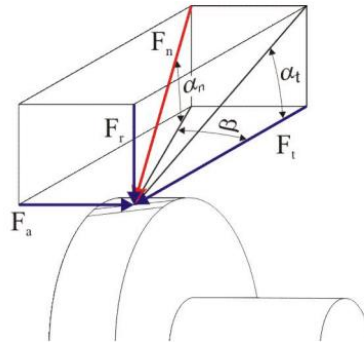


Figura 9. Forces sobre un engranatge cilíndric de dentat helicoidal [13].

Els valors d'aquestes forces per als dos conjunts d'engranatges (etapes) d'aquest reductor són els següents:

Forces primera etapa	Valor (N)	Forces segona etapa	Valor (N)
$F_{t1}$	9.153,43	$F_{t2}$	16.861,88
$F_{r1}$	3.545,39	$F_{r2}$	6.531,09
$F_{a1}$	3.331,57	$F_{a2}$	6.137,22

Taula 10. . Forces als engranatges.

S'ha de tenir en consideració que el sentit de les forces axials i tangencials dels engranatges en engranatges cilíndrics helicoidals depèn del sentit de la inclinació del dentat i del sentit de gir dels engranatges. Els vehicles ferroviaris metropolitans tenen la capacitat d'invertir el sentit d'avanç del vehicle donat que solen tindre una cabina de conducció en cada extrem del vehicle, la qual cosa ocasiona que canvie el sentit de les forces axials, tal i com mostra les figures següents:

#### EIX D'ENTRADA

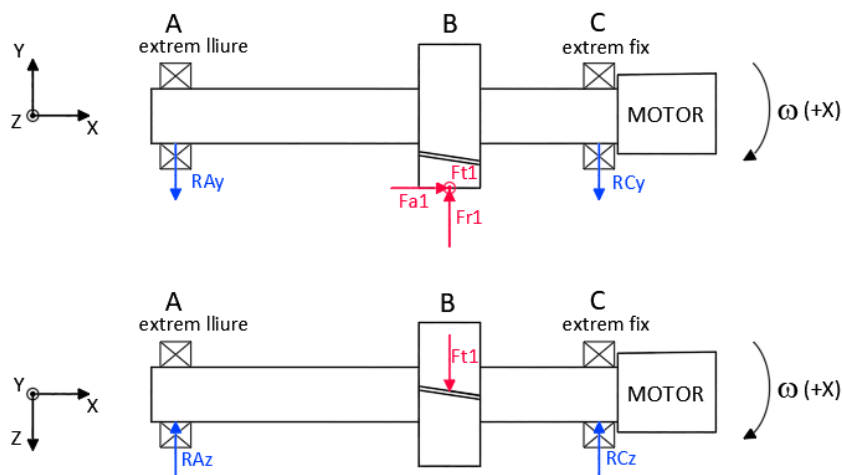


Figura 10. Forces a l'eix d'entrada per al sentit positiu de gir (+X) del motor.

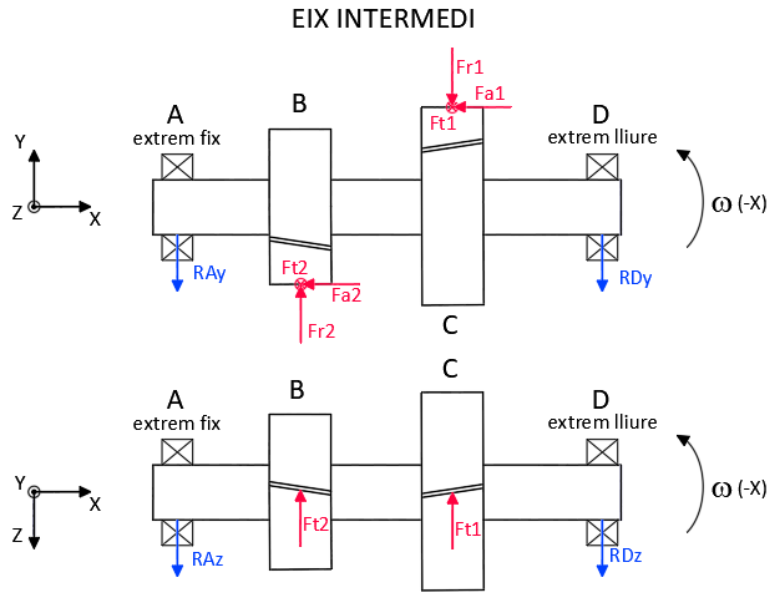


Figura 11. Forces a l'eix intermedi per al sentit positiu de gir (+X) del motor.

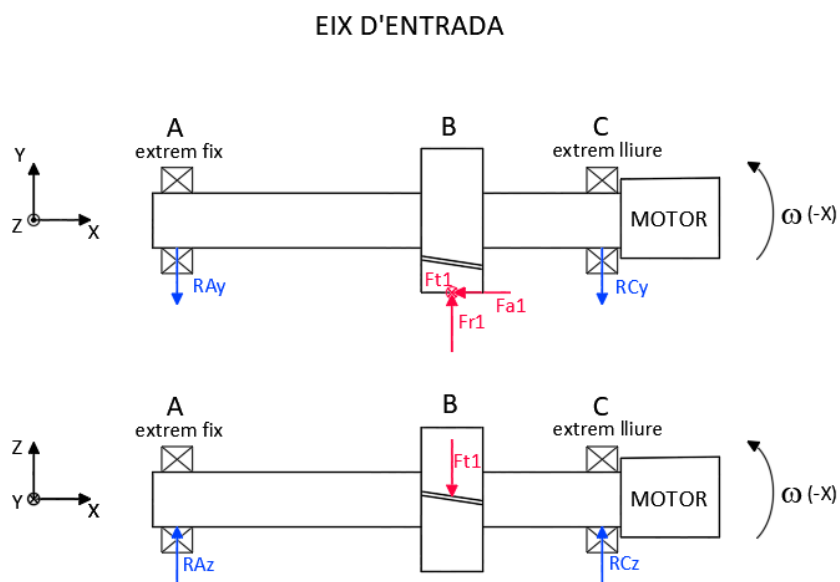


Figura 12. Forces a l'eix d'entrada per al sentit negatiu de gir (-X) del motor.

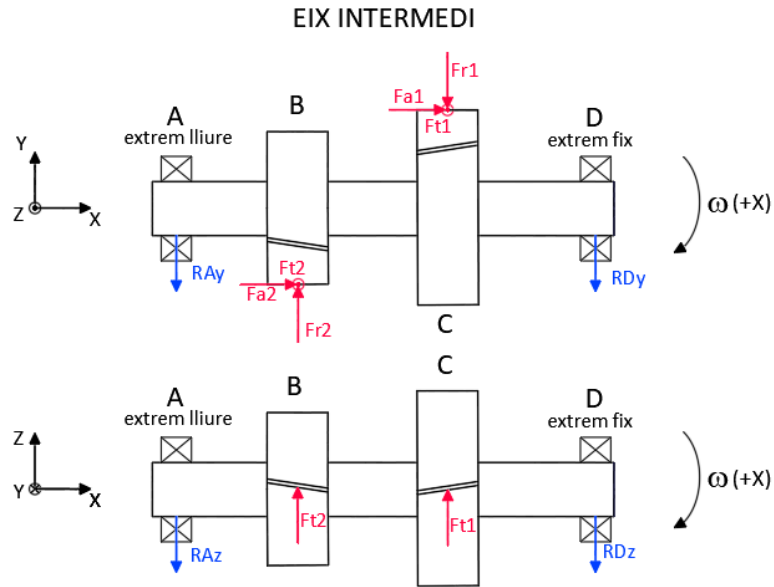


Figura 13. Forces a l'eix intermedi per al sentit negatiu de gir (-X) del motor.

A més a més, el valor de les reaccions als rodaments dependrà de la configuració que es triu per als eixos, és a dir de les distàncies entre els diferents elements que hi van muntats, i les seccions crítiques que cal estudiar es veuran afectades per la geometria que se seleccioni per als eixos. En el cas d'aquest reductor, s'ha optat per un eix d'entrada de secció transversal uniforme i un eix intermedi telescòpic, tal i com es mostra a les figures 14 i 15, respectivament.

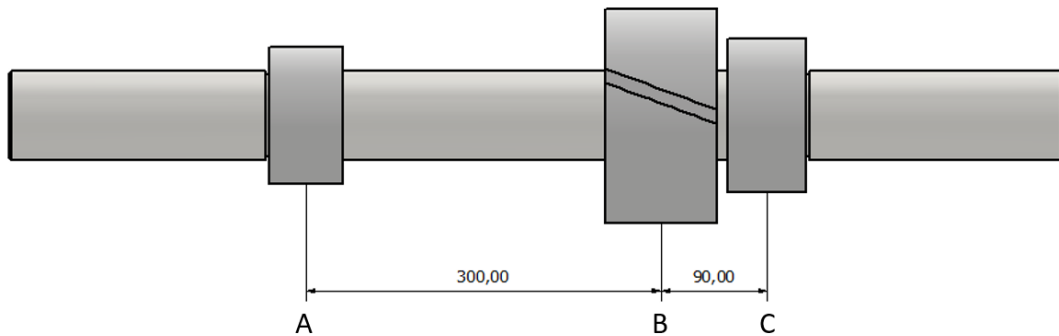


Figura 14. Geometria de l'eix d'entrada.



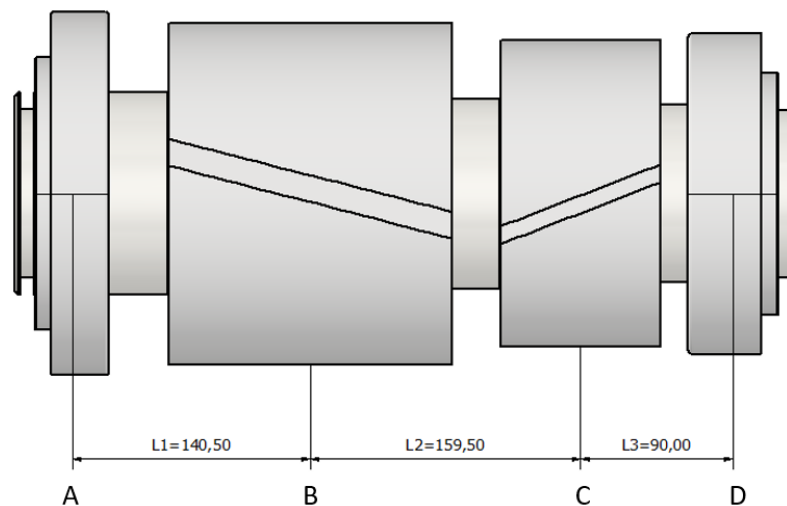


Figura 15. Geometria de l'eix intermediari.

Aquestes distàncies són les definitives per al reductor. Per realitzar el procés de càlcul, es comença suposant un ample de rodament, però un cop determinat el diàmetre dels eixos i les forces que s'hi aplicaran, els rodaments seleccionats poden tenir un altre ample, la qual cosa exigirà tornar a comprovar que el diàmetre de l'eix és vàlid.

Les reaccions als rodaments tenen dues components, una en l'eix Y i altra en l'eix Z. Per calcula-les, una vegada determinats el valor i el sentit de les forces dels engranatges, es planteja l'equilibri de moments en un dels dos extrems i, una vegada determinada una de les reaccions, es calcula l'altra com a equilibri de forces en l'eix corresponent.

Conegudes les reaccions en mòdul i sentit, ja es pot determinar el moment flector a qualsevol secció de l'eix que siga d'interés. En aquest cas, per a tots els eixos independentment del sentit de gir d'aquest, es pren com a secció d'interés les seccions on es munten els rodaments (just al centre del rodament) i les seccions on es munten els engranatges (just al centre de l'engranatge). D'aquesta forma, queda que l'eix d'entrada té 3 seccions d'interés (rodament esquerre, A, pinyó etapa 1, B, i rodament dret, C) i que l'eix intermediari té 4 seccions d'interés (rodament esquerre, A, pinyó etapa 2, B, roda etapa 1, C, i rodament dret, D). Una vegada calculat el valor del moment flector a aquestes seccions als plànols XY i XZ, es calcula el mòdul del moment flector total, com l'arrel quadrada de la suma dels moments al quadrat:

$$M_{Ti} = \sqrt{M_{zi}^2 + M_{yi}^2}$$

Equació 57

Aquest és el valor que es farà servir com  $M_a$  per a calcular el diàmetre de l'eix a fatiga.

A continuació, es mostra el valor de les reaccions als rodaments, així com el valor del moment flector a cadascuna de les seccions d'interés i les gràfiques del moment flector al llarg de l'eix. Les expressions per al càlcul tant de les reaccions com del moment flector a cada secció i la seua aplicació numèrica es poden trobar a l'annex de càlcul adjunt.

Com que el sentit de les forces tangencials als engranatges no canvia amb el sentit de gir dels eixos, el valor dels moments flexors al plànol XZ no varia, i és igual per als sentits positiu i negatiu de gir del motor o de l'eix d'entrada, pel que el seu valor sols es mostra una vegada.

Disseny d'un reductor de velocitat d'engrenatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

<b>Eix d'entrada</b>			
<b>Sentit positiu de gir (+X)</b>		<b>Sentit negatiu de gir (-X)</b>	
<b>Plànol XY</b>			
<b>Reacció R<sub>Ay</sub></b>	-45,456 N (-Y)	<b>Reacció R<sub>Ay</sub></b>	-1.590,878 N (-Y)
<b>Reacció R<sub>Cy</sub></b>	-3.499,934 N (-Y)	<b>Reacció R<sub>Cy</sub></b>	-5.136,268 N (-Y)
<b>M<sub>z</sub>(0)</b>	0 Nm	<b>M<sub>z</sub>(0)</b>	0 Nm
<b>M<sub>z</sub>(0,3)</b>	-13,637 Nm	<b>M<sub>z</sub>(0,3)</b>	-477,263 Nm
<b>M<sub>z</sub>(0,3)</b>	-314,994 Nm	<b>M<sub>z</sub>(0,3)</b>	-175,906 Nm
<b>M<sub>z</sub>(0,39)</b>	0 Nm	<b>M<sub>z</sub>(0,39)</b>	0 Nm
<b>Plànol XZ</b>			
<b>Reacció R<sub>Az</sub></b>	2.112,33 N (-Z)		
<b>Reacció R<sub>Cz</sub></b>	7.041,1 N (-Z)		
<b>M<sub>y</sub>(0)</b>	0 Nm		
<b>M<sub>y</sub>(0,3)</b>	633,699 Nm		
<b>M<sub>y</sub>(0,9)</b>	0 Nm		
<b>Moment total</b>			
<b>M<sub>T</sub>(0)</b>	0 Nm	<b>M<sub>T</sub>(0)</b>	0 Nm
<b>M<sub>T</sub>(0,3)</b>	633,846 Nm	<b>M<sub>T</sub>(0,3)</b>	793,319 Nm
<b>M<sub>T</sub>(0,3)</b>	707,669 Nm	<b>M<sub>T</sub>(0,3)</b>	657,661 Nm
<b>M<sub>T</sub>(0,39)</b>	0 Nm	<b>M<sub>T</sub>(0,39)</b>	0 Nm

Taula 11. Reaccions i moments flectors a l'eix d'entrada

Es determina així que la secció més sol·licitada de l'eix d'entrada és la B, on es troba el pinyó de la primera etapa, amb un moment flector total de valor:

$$M_{TB} = 793,319 \text{ Nm}$$

<b>Eix intermedi</b>			
<b>Sentit positiu de gir (+X)</b>		<b>Sentit negatiu de gir (-X)</b>	
<b>Plànol XY</b>			
<b>Reacció R<sub>Ay</sub></b>	-3.360,066 N (-Y)	<b>Reacció R<sub>Ay</sub></b>	-3.360,046 N (-Y)
<b>Reacció R<sub>Dy</sub></b>	374,366 N (+Y)	<b>Reacció R<sub>Dy</sub></b>	374,346 N (+Y)
<b>M<sub>z</sub>(0)</b>	0 Nm	<b>M<sub>z</sub>(0)</b>	0 Nm
<b>M<sub>z</sub>(0,1405)</b>	-472,089 Nm	<b>M<sub>z</sub>(0,1405)</b>	-472,086 Nm
<b>M<sub>z</sub>(0,1405)</b>	148,353 Nm	<b>M<sub>z</sub>(0,1405)</b>	-1.092,529 Nm
<b>M<sub>z</sub>(0,3)</b>	654,131 Nm	<b>M<sub>z</sub>(0,3)</b>	-586,747 Nm
<b>M<sub>z</sub>(0,3)</b>	33,693 Nm	<b>M<sub>z</sub>(0,3)</b>	33,691 Nm
<b>M<sub>z</sub>(0,39)</b>	0 Nm	<b>M<sub>z</sub>(0,39)</b>	0 Nm
<b>Plànol XZ</b>			
<b>Reacció R<sub>Az</sub></b>	-12.899,61 N (+Z)		
<b>Reacció R<sub>Dz</sub></b>	-13.115,7 N (+Z)		
<b>M<sub>y</sub>(0)</b>	0 Nm		
<b>M<sub>y</sub>(0,1405)</b>	1.812,395 Nm		
<b>M<sub>y</sub>(0,3)</b>	-1.180,413 Nm		
<b>M<sub>y</sub>(0,39)</b>	0 Nm		

Moment total			
$M_T(0)$	0 Nm	$M_T(0)$	0 Nm
$M_T(0,1405)$	1.872,871 Nm	$M_T(0,1405)$	1.872,87 Nm
$M_T(0,1405)$	1.818,457 Nm	$M_T(0,1405)$	2.116,222 Nm
$M_T(0,3)$	1.349,542 Nm	$M_T(0,3)$	1.318,198 Nm
$M_T(0,3)$	1.180,894 Nm	$M_T(0,3)$	1.180,894 Nm
$M_T(0,39)$	0 Nm	$M_T(0,39)$	0 Nm

Taula 12. Reaccions i moments flectors de l'eix intermedi

Es determina així que la secció més sol·licitada és la B, on es troba el pinyó de la segona etapa, amb un moment flector total de valor:

$$M_{TB} = 2.116,222 \text{ Nm}$$

Coneixent el valor del moment flector a la secció més sol·licitada de l'eix, falta calcular el valor del límit de fatiga  $S_e$ , per poder determinar el diàmetre. El límit de fatiga és el valor del límit de fatiga d'una proveta corregit amb una sèrie de factors de correcció que ajusten el valor del límit al cas concret dels eixos del reductor. L'expressió que permet calcular el límit de fatiga de punts de la superfície dels eixos és la següent:

$$S_e = k_a \cdot k_b \cdot k_e \cdot k_x \cdot \frac{S'_e}{k_f}$$

Equació 58

On:

- $S'_e$ : Límit de fatiga de la proveta d'acer assajada a flexió rotativa

$$S'_e = 0,5 \cdot S_u \text{ (MPa)}$$

Equació 59

Per a una tensió normal de ruptura de l'acer 42CrMo4 de 1.120 MPa, es té un límit de fatiga de la proveta de:

$$S'_e = 0,5 \cdot 1.120 = 560 \text{ MPa}$$

- $k_a$ : factor de superfície

$$k_a = a \cdot S_{ut}^b$$

Equació 60

Els valors de a i b depenen del tipus d'acabat superficial dels eixos i es poden obtenir de la Taula 3 de l'annex de taules i gràfiques. Els eixos del reductor tenen un acabat superficial de rectificat, pel que l'equació queda:

$$k_a = 1,58 \cdot 1120^{-0,085} = 0,8699$$

- $k_b$ : factor de grandària.

$$k_b = \left( \frac{d \text{ (mm)}}{7.62} \right)^{-0.1}$$

Equació 61

- $k_e$ : factor de confiabilitat: els valors de  $k_e$  s'obtenen de la taula 4 a l'annex de taules i gràfiques. Es prendrà un valor de  $k_e$  per a una confiabilitat del 0,99:

$$k_e = 0,814$$

- $k_f$ : factor d'entalla: per al cas d'un xaveter es prendrà un valor  $k_f=2$ . Si l'entalla és deguda a un canvi de diàmetre, el càlcul d'aquest paràmetre es fa definint, en primer lloc, la relació entre el radi d'acord i el diàmetre menor de l'eix,  $r/d$  i entre els diàmetres major i menor de l'eix,  $D/d$ . Aquestes relacions s'han definit com:
  - $r/d = 0,1$
  - $D/d = 1,2$

Un cop fet açò es pot obtenir el valor del factor de concentració de tensions teòrica  $k_t$  amb la gràfica de Peterson de la Figura 1 de l'annex de taules i gràfiques. Coneixent el valor del factor  $k_t$ , es passa a calcular el valor de la constant del material  $\alpha$  del model de Peterson [13], definida per la següent expressió:

$$\alpha = \frac{75000}{(S_u + 210)^{1,92}} \text{ mm}$$

Equació 62

Conegut el valor del paràmetre  $\alpha$  es pot calcular el valor de  $q$ , factor de sensibilitat a l'entalla, que defineix la relació entre el paràmetres  $k_t$  i  $k_f$ :

$$q = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{r}}$$

Equació 63

Finalment, es calcula el valor del factor de reducció del límit de fatiga per entalla  $k_f$ , a partir del factor de sensibilitat a l'entalla i el factor de concentració de tensions teòric:

$$k_f = q \cdot (k_t - 1) + 1$$

Equació 64

Es pot observar aleshores que l'expressió del càlcul del diàmetre de l'eix a fatiga depén, entre altres factors, del diàmetre de l'eix en si, per la qual cosa el càlcul del diàmetre s'ha de fer de forma iterativa. S'inicia aquest procés iteratiu amb els valors dels diàmetres obtinguts amb anterioritat amb el criteri de rigidesa torsional. Una vegada obtingut el valor del diàmetre a fatiga es tria el major valor dels dos disponibles, l'obtingut per rigidesa torsional o per fatiga. Aquest procés dona com a resultats els valors mostrats a la Taula 13, que s'arrodoneixen a diàmetres normalitzats.

Eix	Diàmetre avanç positiu (+X)	Diàmetre avanç negatiu (-X)	Diàmetre normalitzat
<b>Entrada</b>	71,385 mm	74,254 mm	75 mm
<b>Intermedi</b>	89,184 mm	104,149 mm	105 mm

Taula 13. Diàmetres dels eixos d'entrada i intermedi calculats del càlcul a fatiga.

**Càlcul del coeficient de seguretat als canvis de diàmetre de l'eix intermedi**

El disseny telescòpic de l'eix intermedi exigeix que, a més de calcular el diàmetre mínim necessari per a que aquest eix no falle a fatiga, també es calga calcular el coeficient de seguretat de l'eix als canvis de diàmetre, ja que són possibles seccions crítiques.

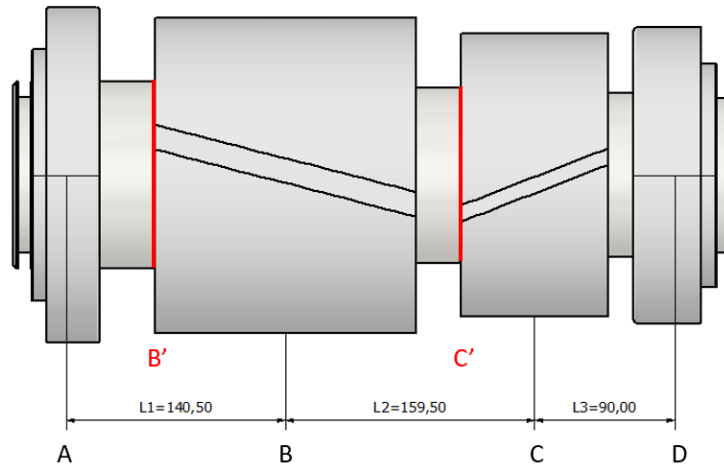


Figura 16. Seccions de canvi de diàmetre (B' i C') de l'eix intermedi.

El càlcul es realitza amb l'Equació 52, calculant el valor del coeficient de seguretat per a la secció en qüestió i comparant-lo amb el coeficient establert prèviament. Per fer açò, s'ha de calcular el factor  $k_f$  corresponent a cada possible secció crítica que es vol comprovar amb l'Equació 64. Els valors obtinguts del factor  $k_f$  són:

Secció	$k_f$
B'	2,18
C'	2,35

Taula 14. Valors de  $k_f$  per als canvis de diàmetre B' i C'

A continuació, cal calcular el valor del límit de fatiga per als diàmetres de les seccions estudiades, per a la qual cosa és necessari calcular els coeficients de correcció amb les fórmules exposades anteriorment a l'apartat 3.3.2. L'aplicació numèrica d'aquests càlculs s'exposen a l'annex de càlcul, ací s'exposen directament els resultats obtinguts.

Secció	Coefficient de seguretat, X
B'	25,61
C'	10,13

Taula 15. Valors dels coeficients de seguretat a les seccions B' i C'

Els dos coeficients de seguretat front a la fallada a fatiga estan per damunt del valor establert de  $X = 8$ , pel que els canvis de diàmetre de l'eix intermedi no suposen cap problema per a la fiabilitat d'aquest eix a fatiga.

### 3.3.3. Càlcul a deflexió

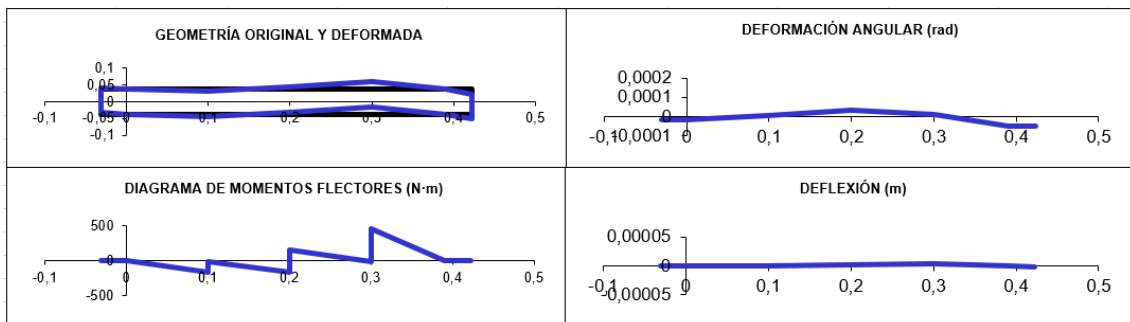
Com s'ha exposat a l'apartat 3.3.1, una rigidesa insuficient dels eixos origina deformacions laterals excessives. Com a conseqüència d'açò, els component suportats a l'eix tindran una menor vida útil. Concretament, a les seccions on van muntats rodaments s'ha de garantir que el gir màxim ocasionat per la flexió entra dins d'un rang determinat segons el tipus de rodament, de forma que aquest treballi com s'espera. Per altra banda, una gran deformació lateral per flexió a les seccions que munten engranatges ocasionarà un major joc entre dents, que com a conseqüència suportaran majors càrregues d'impacte i menor vida útil. Per aquestes raons, és precís comprovar que la deflexió màxima que pateixen els eixos degut a les forces aplicades als engranatges i les reaccions als rodaments està dins d'uns límits acceptables.

Aquestes deformacions, no obstant, no tenen una limitació estàndard definida. Per al càlcul d'aquest reductor de velocitat es farà servir com a criteri que la separació o fletxa siga menor a  $0,005 \cdot m_n$  en les seccions amb engranatges cilíndrics de dents helicoidals, i que el gir màxim degut a la flexió en aquelles seccions on van muntat els rodaments i engranatges siga de 0,0005 radians (valor màxim recomanat per a rodaments de rodets cònics), com ve arreplegat al llibre "Diseño de máquinas" [13].

El càlcul dels valors de la deformació lateral per flexió s'han realitzat mitjançant un full d'Excel. En aquest s'han definit una sèrie de seccions d'interès per a cada eix i s'ha calculat el moment flector a dites seccions. Al full de càlcul s'ha introduït el nombre de seccions, la seua posició, el diàmetre de l'eix a aquesta secció i la força i el moment flector aplicats en aquesta secció. A continuació, es mostren els resultats per als eixos d'entrada i intermedi, per als plànols XY i XZ en el sentit positiu de gir dels eixos (+X).

#### Eix d'entrada, plànol XY (vertical)

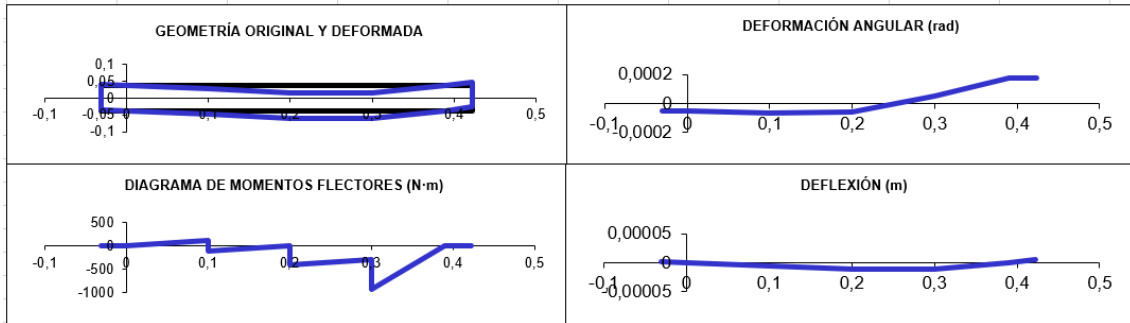
Sección (i)	Cotas de Secciones (m)	Diametro entre i e i+1 (m)	Fuerza en Sección (N)	Momento en Sección (N·m)	Diagrama de momentos		Deformación angular (rad)	Deflexión (m)
					anterior (N·m)	posterior (N·m)		
1	-0,03100	0,07500	0,00	0,00	0,00	0,00	-1,71E-05	5,297E-07
2	0,00000	0,07500	-1590,88	0,00	0,00	0,00	-1,71E-05	0,000E+00
3	0,10000	0,07500	0,00	-159,09	-162,93	-3,85	7,89E-06	-8,762E-07
4	0,20000	0,07500	0,00	-318,18	-166,78	151,40	3,40E-05	8,044E-07
5	0,30000	0,07500	3545,39	-477,26	-11,54	465,73	1,26E-05	2,721E-06
6	0,39000	0,07500	-5136,27	0,00	0,00	0,00	-5,16E-05	0,000E+00
7	0,42300	0,07500	0,00	0,00	0,00	0,00	-5,16E-05	-1,704E-06



## Disseny d'un reductor de velocitat d'engrenatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

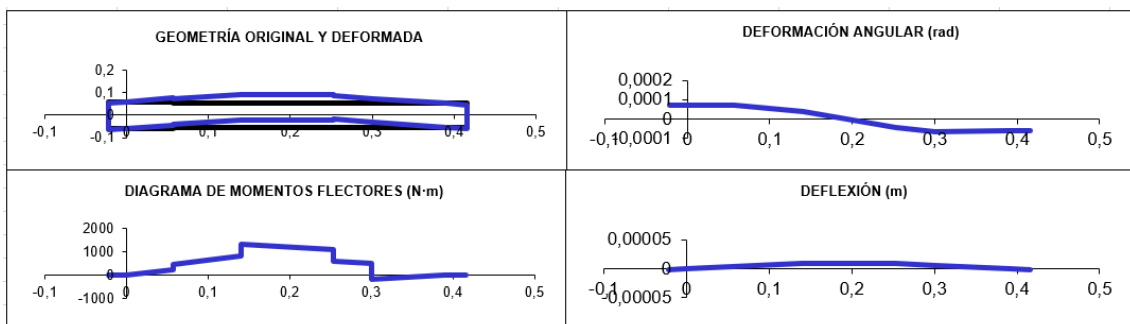
### Eix d'entrada, plànol XZ (horitzontal)

Secció (i)	Cotas de Secciones (m)	Diametro entre i e i+1 (m)	Fuerza en Sección (N)	Momento en Sección (N·m)	Diagrama de momentos		Deformación angular (rad)	Deflexión (m)
					anterior (N·m)	posterior (N·m)		
1	-0,03100	0,07500	0,00	0,00	0,00	0,00	-5,28E-05	1,637E-06
2	0,00000	0,07500	2112,33	0,00	0,00	0,00	-5,28E-05	0,000E+00
3	0,10000	0,07500	0,00	211,23	113,74	-97,49	-7,02E-05	-5,862E-06
4	0,20000	0,07500	0,00	422,47	16,25	-406,22	-5,78E-05	-1,197E-05
5	0,30000	0,07500	-9153,43	633,70	-292,48	-926,18	4,93E-05	-1,211E-05
6	0,39000	0,07500	7041,10	0,00	0,00	0,00	1,77E-04	0,000E+00
7	0,42300	0,07500	0,00	0,00	0,00	0,00	1,77E-04	5,844E-06



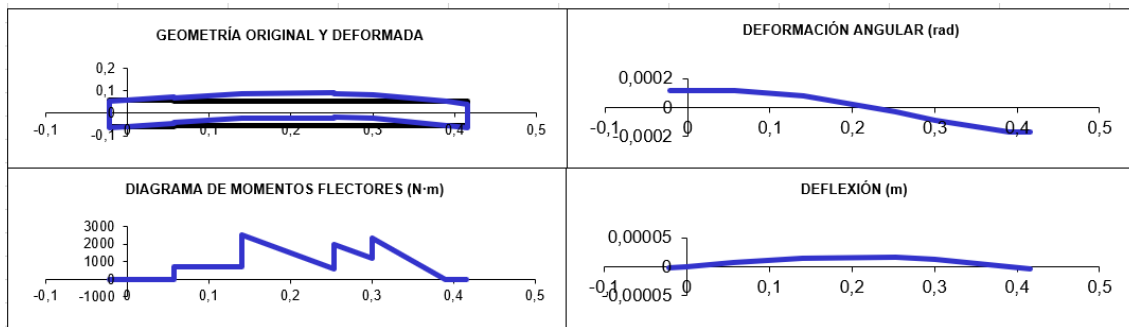
### Eix intermedi, plànol XY (vertical)

Secció (i)	Cotas de Secciones (m)	Diametro entre i e i+1 (m)	Fuerza en Sección (N)	Momento en Sección (N·m)	Diagrama de momentos		Deformación angular (rad)	Deflexión (m)
					anterior (N·m)	posterior (N·m)		
1	-0,02175	0,12000	0,00	0,00	0,00	0,00	7,37E-05	-1,602E-06
2	0,00000	0,12000	-3360,07	0,00	0,00	0,00	7,37E-05	0,000E+00
3	0,05700	0,11250	0,00	-191,52	263,96	455,48	7,01E-05	4,132E-06
4	0,14050	0,11250	6531,09	-472,09	842,16	1314,25	3,73E-05	8,756E-06
5	0,25300	0,10500	0,00	505,09	1100,47	595,38	-4,49E-05	8,193E-06
6	0,30000	0,10500	-3545,39	654,13	506,07	-148,06	-6,56E-05	5,583E-06
7	0,39000	0,10500	374,37	0,00	0,00	0,00	-6,03E-05	0,000E+00
8	0,41650	0,10500	0,00	0,00	0,00	0,00	-6,0261E-05	-1,597E-06



Eix intermedi, plànol XZ (horitzontal)

Secció (i)	Cotas de Seccions (m)	Diámetro entre i e i+1 (m)	Fuerza en Sección (N)	Momento en Sección (N·m)	Diagrama de momentos		Deformación angular (rad)	Deflexión (m)
					anterior (N·m)	posterior (N·m)		
1	-0,02175	0,12000	0,00	0,00	0,00	0,00	1,14E-04	-2,471E-06
2	0,00000	0,12000	-12899,61	0,00	0,00	0,00	1,14E-04	0,000E+00
3	0,05700	0,11250	0,00	-735,28	-9,34	725,94	1,14E-04	6,479E-06
4	0,14050	0,11250	16861,88	-1812,40	712,27	2524,66	7,74E-05	1,445E-05
5	0,25300	0,10500	0,00	-1366,64	609,27	1975,91	-2,94E-05	1,593E-05
6	0,30000	0,10500	9153,43	-1180,41	1175,71	2356,12	-8,85E-05	1,304E-05
7	0,39000	0,10500	-13115,70	0,00	0,00	0,00	-1,73E-04	0,000E+00
8	0,41650	0,10500	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,00017311	-4,587E-06



A l'annex de càlculs es pot trobar la comprovació de la deflexió per al sentit invers de gir dels eixos per al plànol XY. Per al plànol XZ, com que els moments flectors al plànol XZ no canvien amb el sentit de gir, la deflexió que pateix l'eix en aquest plànol tampoc no varia.

Es verifica amb aquests càlculs que en cap secció dels eixos d'entrada i intermedi es supera la deflexió màxima recomanada, que en el cas dels engranatges del reductor amb mòdul normal de 10 mm és  $5 \cdot 10^{-5}$  m, i que el gir degut a la flexió en les seccions del rodaments i els engranatges no es superior a 0,0005 radians.

### 3.3.4. Disseny de l'eix d'eixida

Falta ara per calcular el diàmetre de l'eix d'eixida del reductor. Com es tracta d'un reductor de velocitat dissenyat específicament per a un vehicle ferroviari l'eix d'eixida és l'eix on van calades les rodes del vehicle i on va instal·lat el sistema de frenat, és a dir és el cos de l'eix muntat. El procés de disseny d'aquest eix ve arrellegat a la norma UNE-EN 13103-1 [9] i és en la qual s'ha basat el càlcul del diàmetre de l'eix d'eixida del reductor.

En primer lloc, es determinarà la geometria que tindrà aquest eix per determinar les seccions crítiques i els diferents diàmetres que s'ha de calcular. Una vegada fet açò, es calcula les forces i els moments que s'apliquen en les diferents seccions d'interès de l'eix. Posteriorment amb aquestes dades se seleccionaran els diàmetres de l'eix.



### Disseny del cos de l'eix muntat

L'eix d'eixida del reductor de velocitat no és un eix uniforme, sinó que té una secció central de major diàmetre, on va calats a pressió (freda o calent) diferents elements com les rodes del vehicle, el sistema de frenada o la roda de la segona etapa del reductor i dos seccions en els extrems amb menor diàmetre on van muntades les caixes de greix, les quals contenen els rodaments que s'empren per a suportar l'eix muntat en els bastidors laterals del bogie.

A l'hora de fer el càlcul a fatiga d'aquest eix és necessari saber quants canvis de diàmetre hi ha i on es localitzen, per tal de poder calcular els moments a aquestes seccions i determinar els diàmetres a eixes seccions que garantiran el compliment dels coeficients de seguretat.

Encara que escapa al propòsit d'aquest Treball el dissenyar l'eix ferroviari, per tal de reduir els concentradors de tensions a l'eix s'ha optat per un disseny amb un diàmetre homogeni, excepte per una reducció de diàmetre en els extrems. Aquesta part central de major diàmetre és on aniran muntades les rodes, la roda de la segona etapa del reductor i el disc de fre del vehicle. La geometria d'aquest eix així com la posició dels canvis de diàmetre es pot observar en la Figura 17:

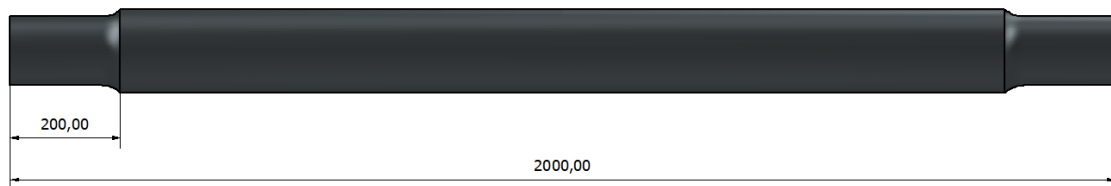


Figura 17. Disseny de l'eix d'eixida

Per altra banda, el significat de les abreviatures emprades als apartats referents al càlcul de l'eix d'eixida es poden trobar a les Taules 5 i 6 de l'annex de taules i gràfiques.

### Forces i moments que s'han de considerar

Per al càlcul d'un eix ferroviari s'han de tenir en consideració tres tipus diferents de forces:

- Les forces de les masses en moviment.
- Les forces del sistema de frenat.
- Les forces de la tracció del vehicle.

En aquesta memòria es detalla el valor numèric d'aquestes forces i dels moments generats per a les seccions d'interès, però s'ha graficat l'evolució de les forces i els moments al llarg del tot l'eix. A continuació, es detalla el càlcul d'aquestes.

### Influència de les masses en moviment

A través dels eixos del vehicle es transmetran a terra les forces originades per les masses dels diferents elements del vehicle. Aquestes forces es concentren al llarg del plànol de simetria vertical de l'eix (YZ) segons es mostra a la Figura 18.

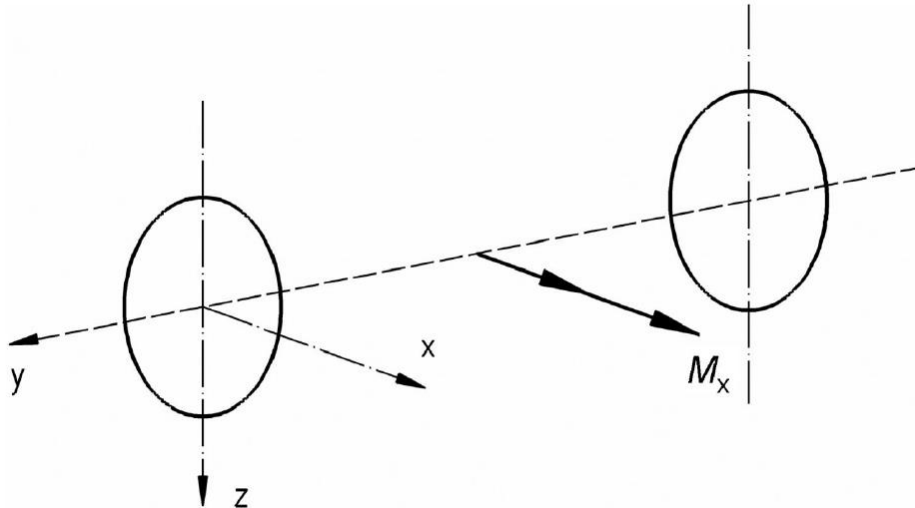


Figura 18. Definició d'eixos i moments per a masses en moviment [9].

La definició d'aquestes masses ve arreplegada a la norma a la Taula 7 que es pot consultar a l'annex de taules i gràfiques. Per a vehicles de passatgers que no són d'alta velocitat ni de llarga distància, la norma especifica uns valors de  $350 \text{ kg/m}^2$  a les àrees de vestíbul. Com el vehicle on anirà muntat el reductor de velocitat és un tren metropolità, on la major part del passatge va en peu, s'empra per a tota la superfície del vehicle aquest valor de massa per superfície. Per acabar de determinar el valor de la massa amb la qual treballar, es considera un vehicle amb unes dimensions de 15,155 m de llarg per 2,55 m d'ample. Aquests valors s'han obtingut del web del fabricant Stadler, i més concretament dels cotxes de metro sèrie 4.300 tipus *tubelink* de la ciutat de València [14]. Açò dona una superfície de:

$$15,155 \cdot 2,55 = 38,57 \text{ m}^2$$

Considerant la càrrega de  $350 \text{ kg/m}^2$ :

$$38,57 \cdot 350 = 13.500 \text{ kg}$$

Aquest pes està repartit entre 4 eixos que té el vehicle, dos per bogie, pel que el pes suportat per un eix és:

$$\frac{13.500}{4} = 3.375 \text{ kg} = m_1 + m_2$$

On:

- $m_1$  és la massa als caps de l'eix.
- $m_2$  és la massa dels elements muntats als eixos entre els cercles rodants (disc de fre i roda dentada en aquest cas)

Com es pot veure més endavant, les expressions de les forces i moments que defineix la norma no fan servir en cap moment  $m_2$ , sinó  $m_1$ . Per tant, és necessari calcular la massa del

reductor i del disc de fre. El procés de càlcul de les masses del reductor i del disc de fre es desenvolupa amb detall a l'annex de càlcul adjunt. Ací, es passarà directament a treballar amb un valor de  $m_2$  de:

$$m_2 = 475,771 \text{ kg}$$

D'aquesta forma, la massa  $m_1$  s'obté com:

$$m_1 = (m_1 + m_2) - m_2 = 3.375 - 475,771 = 2.899,229 \text{ kg}$$

Definides les masses, es pot procedir a desenvolupar les expressions dels paràmetres que generen el moment flector  $M_x$ . Aquest, es calcula per a les condicions més adverses que haurà de suportar l'eix durant la seua explotació. Dites condicions són:

- Una distribució asimètrica de les masses.
- Les forces originades per les masses dels components que no van suspesos originen una flexió que s'afegeix a les de les forces verticals.

El moment de flexió  $M_x$ , per a eixos guia i tots els eixos motoritzats, es calcula amb les forces donades a la Taula 3 de la norma, que es reproduïx a la Figura 19.

Ejes guía y todos los ejes motorizados	$P_1 = (0,625 + 0,0875h_1 / b)m_1g$ $P_2 = (0,625 - 0,0875h_1 / b)m_1g$ $Y_1 = 0,35m_1g$ $Y_2 = 0,175m_1g$ $H = Y_1 - Y_2 = 0,175m_1g$
Para todos los ejes	$Q_1 = \frac{1}{2s} \left[ P_1 (b + s) - P_2 (b - s) + (Y_1 - Y_2)R - \sum_i F_i (2s - y_i) \right]$ $Q_2 = \frac{1}{2s} \left[ P_2 (b + s) - P_1 (b - s) - (Y_1 - Y_2)R - \sum_i F_i y_i \right]$

Figura 19. Fórmules per al càlcul de les forces [9].

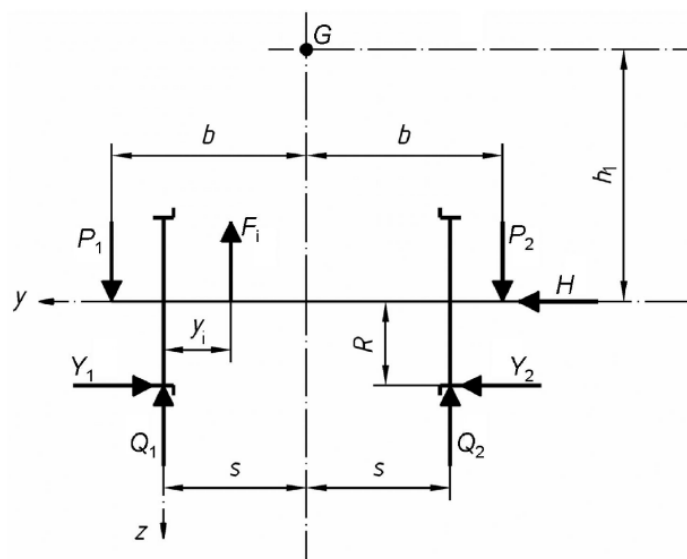


Figura 20. Forces per al càlcul de moments flectors [9].

L'aplicació numèrica d'aquestes expressions es desenvolupa a l'annex de càlcul adjunt. Els valors d'aquestes forces es detallen a la Taula 16.

Força	Valor (N)
$P_1$	20.264,52
$P_1$	15.287,27
$Y_1$	9.954,5
$Y_2$	4.977,25
$H = Y_1 - Y_2$	4.977,25
$F_r$	4.747,35
$F_f$	59,81
$Q_1$	18.702,67
$Q_2$	11.867,15

Taula 16. Valors forces degudes a les masses en moviment.

Calculades aquestes forces, es calcula el moment flector  $M_x$  que suporta l'eix degut a les masses en moviment. L'expressió del moment flector  $M_x$  canvia segons si es treballa al tram de l'eix comprès entre els plànols de càrrega i els plànols de rodadura o si es treballa en el tram comprès entre els plànols de rodadura en si. Les expressions són les següents:

- Entre els plànols de càrrega i els plànols de rodadura:

$$M_x = P_1 \cdot y$$

Equació 65

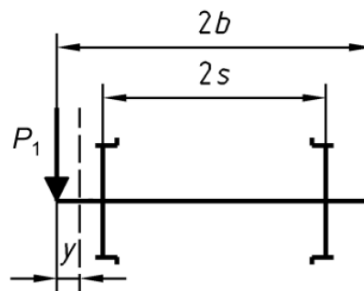


Figura 21. Forces per al càlcul del moment flector entre el plànol de càrrega i el plànol de rodadura [9].

- Entre els plànols de rodadura:

$$M_x = P_1 \cdot y - Q_1 \cdot (y - b + s) + Y_1 \cdot R - \sum_i F_i \cdot (y - b + s - y_i)$$

Equació 66

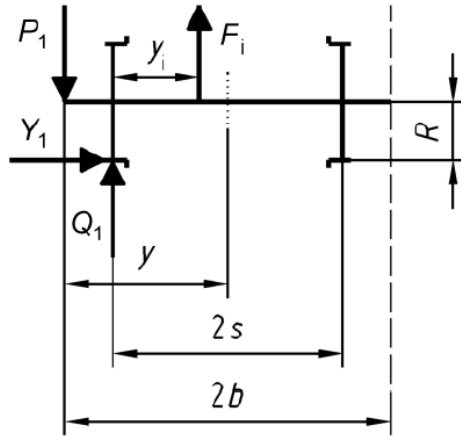


Figura 22. Forces per al càlcul del moment flector entre els plànols de rodadura [9].

És necessari calcular aquest moment flector a les 2 seccions crítiques prèviament determinades:

Secció (m)	Mx (Nm)
0,2 (entre els plànols de càrrega i els plànols de rodadura)	4.032,98
1,8 (entre els plànols de càrrega i el plànol de rodadura)	3.042,42

Taula 17. Moment flector Mx a les seccions crítiques.

### Efectes produïts per la frenada

La frenada produeix moments flectors en els eixos X i Z i torsor en Y, com es mostra a la Figura 23:

- Un moment flector  $M'_x$  causat per les forces verticals paral·leles a l'eix z.
- Un moment flector  $M'_z$  causat per les forces horitzontals paral·leles a l'eix x.
- Una component torsional  $M'_y$  al llarg de la línia central de l'eix produït per les forces aplicades tangencialment a les rodes.

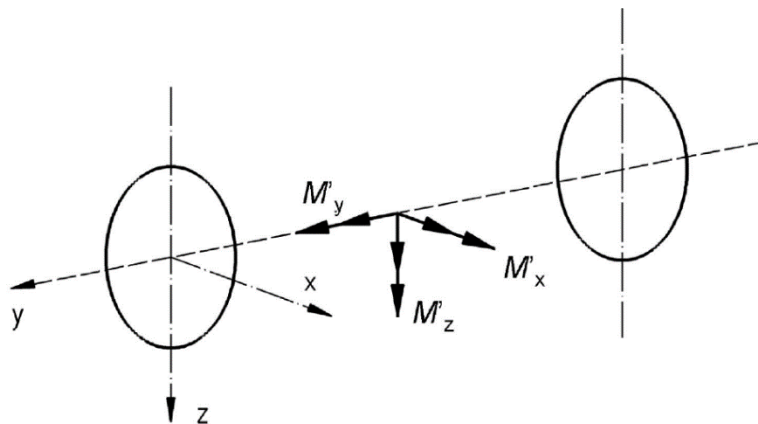


Figura 23. Moments produïts per la frenada [9].

La norma arreplega diferents mètodes de calcular els moments  $M'_x$ ,  $M'_y$  i  $M'_z$ , depenent del sistema de frenada que utilitzi el vehicle ferroviari. Ací se suposarà que el vehicle on anirà muntat el reductor utilitzarà un disc de fre muntat a l'eix com a sistema de frenada. D'aquesta manera, el càlcul dels moments es realitza segons les següent equacions:

- Moment flector  $M'_x$ :

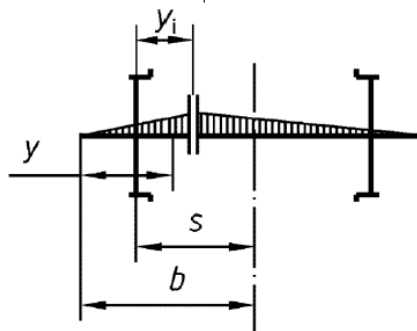


Figura 24. Distribució del moment originat a l'eix x per la frenada per un fre de disc muntat a l'eix [9].

- Entre el primer pla de càrrega i el disc:

$$M'_x = F_f T \frac{(b + s - y_i)}{2b} y$$

Equació 67

- Entre el disc i el segon pla de càrrega:

$$M'_x = F_f T \frac{(b - s + y_i)}{2b} (2b - y)$$

Equació 68

- Moment flector  $M'_z$ :

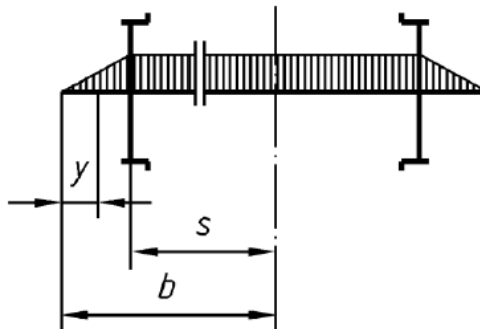


Figura 25 Distribució del moment originat a l'eix z per la frenada per un fre de disc muntat a l'eix [9].

- Entre els plànols de càrrega i el cercle rodant:

$$M'_z = \frac{1}{2} F_f T \frac{R_b}{R} y$$

Equació 69

- Entre els cercles rodants:

$$M'z = \frac{1}{2} F_f T \frac{R_b}{R} (b - s)$$

Equació 70

- Moment torsor  $M'y$ :
  - Entre els plànols de càrrega i el cercle rodant:

$$M'y = 0$$

Equació 71

- Entre els cercles rodants:

$$M'y = 0,3P'R$$

Equació 72

Per al valor de  $\Gamma$ , la norma arreplega diferents valors segons el sistema de fre que utilitzi el vehicle. Aquests valors es poden consultar a la Taula 8, a l'annex de taules i gràfiques. Per als càlculs, es farà servir una  $\Gamma = 0,25$ , que correspon a blocs amb un alt coeficient de fricció excloent el ferro fos.

Per altra banda, és necessari calcular el valor del radi de la força de frenat aplicada, així com de la força de frenat. Per al valor de la primera, el radi de la força de frenat, s'assumeix que té un valor igual a la meitat del radi de les rodes del vehicle, açò és:

$$R_b = 0,5 \cdot 325 = 162,5 \text{ mm} = 0,1625 \text{ m}$$

Quant al valor de la força de frenat, es parteix de l'expressió:

$$\Gamma \cdot F_f \cdot R_b - T \cdot R = I \cdot \alpha$$

Equació 73

La norma accepta com a simplificació el no tenir en consideració el terme  $I\alpha$ , degut al seu valor menyspreable front a les forces de frenat. La demostració d'aquesta simplificació requereix de l'ús d'una sèrie de dades sobre el vehicle ferroviari que desconeguem i que escapen a l'objecte d'aquest projecte. Per això, s'acceptarà aquesta simplificació i aïllant la força de frenat, queda l'expressió:

$$F_f = \frac{T \cdot R}{\Gamma \cdot R_b}$$

Equació 74

La força tangencial,  $T$ , està limitada per l'adherència entre la roda i el carril:

$$T \leq \mu \cdot N$$

Equació 75

On  $\mu$  es calcula de la següent manera:

$$\mu = \frac{\mu_0}{(1 + 0,01V)}$$

Equació 76

On  $\mu_0 = 0,33$  i la velocitat s'introdueix en km/h.

D'aquesta forma, sabent que la velocitat màxima de disseny del vehicle ferroviari és de 100km/h, s'obté un coeficient d'adherència de:

$$\mu = 0,165$$

Coneixent el valor del coeficient d'adherència i que el valor de la normal, N, és igual al pes que suporta l'eix, és a dir:

$$3375\text{kg} \cdot 9,81 = 33108,75 \text{ N}$$

Es pot calcular el valor de la força de frenat que suporta l'eix. El valor d'aquesta és:

$$F_f = 43.703,55 \text{ N}$$

Coneixent la força de frenada i el radi de la força de frenada ja es possible establir el valor dels moments  $M'_x$ ,  $M'_y$  i  $M'_z$ :

Secció (m)	$M'_x$ (Nm)	$M'_y$ (Nm)	$M'_z$ (Nm)
0,2	1.494,32	19,5	466,97
1,8	5.977,29	19,5	466,97

Taula 18. Valor dels moments flectors degut a la frenada.

### Efectes produïts per la tracció

La norma diu que habitualment els esforços ocasionats per la tracció es poden ignorar. Açò és degut a que els esforços produïts per la frenada son majors, i els esforços de tracció i els de frenada mai tindran lloc alhora. D'aquesta manera, bastaria amb tenir en consideració els esforços que suporta l'eix degut a la frenada.

No obstant, la norma especifica que, per a vehicles on les arrancades són molt freqüents, com és el cas, sí que s'ha de calcular el següent:

- Efectes produïts per les masses en moviment indicades a la Taula 16.
- Efectes produïts per parell motor d'arrancada.

Fuerzas de arranque	$P_1 = 0,55m_1g$ $P_2 = 0,55m_1g$ $Y_1 = 0,10m_1g$ $Y_2 = 0,05m_1g$ $H = 0,05m_1g$
---------------------	--

Taula 19. Fórmules per al càlcul de les forces d'arrancada [9].

La norma, però, no especifica enlloc quins són els efectes produïts pel parell motor d'arrancada, ni diu com calcular-ho. Per tant, es calcularà els efectes produïts per les masses en moviment segons les fórmules indicades a la Taula 19 i majorarà eixos valors un 20%.



Fet açò, la norma diu que s'han de comparar aquests valors amb els obtinguts en els apartats anteriors, Influència de les masses en moviment i efectes produïts per la frenada, i treballar considerant les condicions més desfavorables de les dues possibilitats.

En el cas dels paràmetres d'aquest reductor, els valors que s'obtenen amb la Taula 19 i els valors majorats són:

Paràmetre	Valor (N)	Valor majorat 20% (N)
P1	15.565,87	18.679,05
P2	15.565,87	18.679,05
Y1	2.830,16	3.396,19
Y2	1.415,08	1.698,1
H	1.415,08	1,698,1

Taula 20. Forces d'arrancada.

A la vista dels resultats, aquestes forces no són més desfavorables que les ocasionades per la influència de les masses en moviment i els efectes de la frenada, per la qual cosa, i seguint la norma, s'ignorarà els efectes causats per la tracció d'ara endavant.

#### Càlcul del moment resultant

Amb els moments que ha de suportar l'eix ja calculats, es passa al càlcul del moment total, valor necessari per poder calcular les característiques geomètriques del component.

Segons la teoria de les bigues amb una secció circular, l'esforç normal té el següent valor:

$$\sigma_n = \frac{32\sqrt{MX^2 + MZ^2}}{\pi \cdot d^3}$$

Equació 77

I el valor de l'esforç tallant és:

$$\tau = \frac{16MY}{\pi \cdot d^3}$$

Equació 78

Com a resultat d'açò, s'obté els dos esforços principals amb les següent expressions:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_n + \sqrt{\sigma_n^2 + 4\tau^2}}{2}$$

Equació 79

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_n - \sqrt{\sigma_n^2 + 4\tau^2}}{2}$$

Equació 80

Se selecciona el diàmetre del cercle de Mohr més gran,  $\sigma_1 - \sigma_2$ , ja que l'esforç normal té un valor absolut molt major que l'esforç tallant. Per tant:

$$\sigma = \sigma_1 - \sigma_2 = \sqrt{\sigma_n^2 + 4\tau^2} = \frac{32}{\pi \cdot d^3} \sqrt{MX^2 + MY^2 + MZ^2}$$

Equació 81

Per tant, la definició del moment resultant a l'eix queda:

$$MR = \sqrt{MX^2 + MY^2 + MZ^2}$$

Equació 82

On MX, MZ i MY són la suma dels moments originats per les masses en moviment i per la frenada del vehicle. El resultat d'aquests sumatoris és:

Secció (m)	MX total (Nm)	MY total (Nm)	MZ total (Nm)	Moment resultant (Nm)
0,2	5.527,3	0	466,98	5.546,9
1,8	9.012,72	0	466,98	9.031,79

Taula 21. Moments totals i moment resultant per a les seccions crítiques.

#### Determinació del diàmetre de l'eix

La determinació del diàmetre per a les diferents seccions de l'eix es fa mitjançant un procés iteratiu, provant valors fins obtenir un que estiga dins de les especificacions marcades per la norma.

Per realitzar aquest càlcul es necessita, primerament, calcular el valor del factor de correcció de l'esforç, k. Aquest depèn dels coeficients r/d i D/d, i ve definit per l'expressió següent:

$$K = A + 1$$

Equació 83

$$A = \frac{(4 - Y)(Y - 1)}{5 \cdot (10X)^{(2,5X+1,5-0,5Y)}}$$

Equació 84

On:

$$Y = \frac{D}{d} \quad X = \frac{r}{d}$$

El valor de K també es pot obtenir de la Figura 2 de l'annex de taules i gràfiques.

Per a la definició del paràmetre Y, la norma indica que quan l'eix porta una roda, un engranatge o un disc ajustat a pressió (freda o calenta) en una zona de calatge, el diàmetre D s'agafa com el diàmetre del cub o de l'anell del coixinet. Es considerarà aquest valor D com el 25% del diàmetre de les rodes del vehicle, que aniran calades a aquest eix, açò és:

$$D = 0,650 \cdot 0,35 = 0,2275 \text{ m}$$

Es defineix el radi d'acord com la diferència entre el radi major i el menor, i d'aquesta forma es determina el valor de la relació entre el radi d'acord i el diàmetre menor,  $r/d$ . Així, ja es pot calcular el valor del coeficient de correcció  $K$  per a qualsevol diàmetre que vulgam provar.

Aquest factor corrector  $k$  és precís per poder calcular els esforços a les diverses seccions de l'eix. L'expressió de la tensió a una secció d'un eix massís és:

$$\sigma = \frac{K \cdot 32 \cdot MR}{\pi \cdot d^3}$$

Equació 85

Per altra banda, també venen definits a la norma el valor màxim admissible dels esforços als eixos, així com el coeficient de seguretat mínim que s'ha d'aconseguir. En el cas d'un eix motoritzat amb engranatge impulsor d'ajust d'interferència, l'esforç màxim es de  $80 \text{ N/mm}^2$ , amb un coeficient de seguretat  $X = 1,5$ . D'aquesta manera, si es defineix el coeficient de seguretat com:

$$X = \frac{\sigma_{max}}{\sigma}$$

Equació 86

S'obté que la tensió no deu superar els  $53,3 \text{ N/mm}^2$  per tal de complir amb els requisits.

Amb tots els elements definits, el procés de càlcul del diàmetre consisteix en, agafant un diàmetre, calcular els paràmetre necessaris i comprovar si l'esforç és major que el màxim admissible. Es comença per al valor del diàmetre que es va obtenir pel criteri de rigidesa torsional i es va incrementant a raó de  $5 \text{ mm}$  per increment fins obtenir una secció vàlida. A continuació, es mostra a la Figura 26 el resultat del procés iteratiu:

Y	d	D	r	X (r/d)	Y (D/d)	A	K	tension	tmáx adm	S	t max
200	80	220	70	0,875	2,75	0,00035	1,00035	110,3926	80	1,5	53,3333
200	85	220	67,5	0,79412	2,58824	0,0007	1,0007	92,067473	80	1,5	53,3333
200	90	220	65	0,72222	2,44444	0,00128	1,00128	77,604099	80	1,5	53,3333
200	95	220	62,5	0,65789	2,31579	0,00214	1,00214	66,041513	80	1,5	53,3333
200	100	220	60	0,6	2,2	0,00337	1,00337	56,691722	80	1,5	53,3333
200	105	220	57,5	0,54762	2,09524	0,00503	1,00503	49,053109	80	1,5	53,3333
200	125	150	12,5	0,1	1,2	0,08798	1,08798	31,473678	80	1,5	53,3333
1800	125	150	12,5	0,1	1,2	0,08798	1,08798	51,246493	80	1,5	53,3333

Figura 26. Càlcul tensió per a diferents diàmetres

La Taula 22 recull els diàmetres calculats per a evitar la fallada a fatiga del cos de l'eix muntat, que és l'eix d'eixida del reductor de velocitat.

Y (m)	d (mm)
0,2	Canvi de 125 a 150 mm
1,8	Canvi de 150 a 125mm

Taula 22. Diàmetres eix d'eixida

### 3.4. Rodaments

Els eixos del reductor aniran subjectats a la carcassa mitjançant rodaments, per reduir amb aquests la fricció dels eixos amb el gir. Aquests elements són seleccionats després de tenir totalment definida la geometria dels eixos i els elements de transmissió, ja que és necessari

poder calcular les reaccions en els suports. També és necessari conèixer les condicions de funcionament a les quals treballaran: velocitat, grau de neteja, viscositat del lubricant a la temperatura de treball, etc. En aquest cas, les condicions de funcionament són les que s'exposen a continuació a la Taula 23.

<b>n (rpm)</b>	3460
<b>Factor de fiabilitat, <math>a_1</math></b>	0,093 (99,9%)
<b>Densitat del lubricant, <math>\nu</math> (mm<sup>2</sup>/s)</b>	665,14
<b>Contaminació, <math>\eta_c</math></b>	0,5
<b>Hores de vida, L (h)</b>	219.000

Taula 23. Condicions de funcionament dels rodaments

El factor de fiabilitat,  $a_1$ , s'ha obtingut de la Taula 9, a l'annex de taules i gràfiques. Per altra banda, el nombre d'hores de vida s'ha establert agafant com a referència la vida útil del material rodant del metro de Madrid. Aquesta s'obté assumint 20 hores de funcionament diari per un període de 30 anys:

$$L = 20 \cdot 365 \cdot 30 = 219.000 \text{ hores}$$

La utilització de rodaments al muntatge d'eixos requereix que un dels extrems de l'eix no tinga retenció axial (el que s'anomena extrem lliure) i l'altre extrem sí estiga fixat axialment. D'aquesta manera s'evita que l'eix suporti forces axials innecessàries, causades per la expansió o contracció de l'eix o per forces axials causades pel propi funcionament del reductor. Com els eixos del reductor poden girar en els dos sentits, depenent del sentit d'avanç del vehicle, caldrà calcular que els dos rodaments de l'eix poden actuar com extrem fix o lliure segons convinga per evitar que l'eix treballi a tracció.

La selecció de rodaments es fa calculant, per a un rodament concret, que la capacitat de càrrega dinàmica necessària del rodament calculada considerant la força radial equivalent que suporta i les condicions de lubricació reals estarà per baix de la capacitat de càrrega dinàmica bàsica que ofereix eixe rodament. El càlcul de la càrrega dinàmica canvia depenent de quin tipus de rodament es fa servir. Com que aquest procés és iteratiu, a continuació s'exposa en primer lloc quina solució s'ha escollit per a cada rodament i, a continuació s'explica el mètode de càlcul per a cadascun dels tipus de rodament que s'han escollit.

Tots els rodaments emprats, així com les seues dades tècniques, han sigut obtingudes del catàleg del fabricant SKF [15].

### 3.4.1. Eix d'entrada

Per als dos extrems de l'eix d'entrada, A i C, es farà servir rodaments de rodets cònics aparellats cara a cara com els de la Figura 27.



Figura 27. Rodament de rodets cònics aparellats cara a cara de SKF [15].

Per al rodament A es farà servir el model SKF 33015/DF i per al rodament C el SKF 32215/DF, amb les següents característiques:

<b>Rodament SKF 33015/DF</b>	
<b>Dimensions (mm):</b>	
<b>Diàmetre intern</b>	75
<b>Diàmetre extern</b>	115
<b>Dades de càlcul</b>	
<b>Capacitat de càrrega dinàmica màxima, C (kN)</b>	286
<b>Capacitat de càrrega estàtica màxima, Co (kN)</b>	455
<b>Càrrega límit de fatiga, Pu (kN)</b>	52
<b>Valor límit, e</b>	0,3
<b>Factor de càlcul Y1</b>	2,3
<b>Factor de càlcul Y2</b>	3,4
<b>Factor de càlcul Y0</b>	2,2

Taula 24. Característiques rodament SKF 33015/DF [15].

<b>Rodament SKF 32215/DF</b>	
<b>Dimensions (mm):</b>	
<b>Diàmetre intern</b>	75
<b>Diàmetre extern</b>	130
<b>Dades de càlcul</b>	
<b>Capacitat de càrrega dinàmica màxima, C (kN)</b>	337
<b>Capacitat de càrrega estàtica màxima, Co (kN)</b>	425
<b>Càrrega límit de fatiga, Pu (kN)</b>	49
<b>Valor límit, e</b>	0,43
<b>Factor de càlcul Y1</b>	1,6
<b>Factor de càlcul Y2</b>	2,3
<b>Factor de càlcul Y0</b>	1,6

Taula 25. Característiques rodament SKF 32215/DF [15].

### Procediment de càlcul

El rodament seleccionat serà vàlid per a l'aplicació en qüestió si la capacitat de càrrega dinàmica requerida per eixe rodament, calculada considerant la força equivalent que suporta i les condicions de lubricació en eixa aplicació és inferior a la capacitat dinàmica de càrrega del rodament, dada que s'obté del catàleg del fabricant. Per calcular el valor de la càrrega dinàmica requerida és necessari conèixer el valor del factor  $a_{iso}$ , que té en compte les condicions reals de lubricació del rodament. Aquest factor està graficat per a rodaments tant axials com radials, tant de boles com de rodets. Aquestes gràfiques es poden consultar a l'annex de taules i gràfiques, Figura 3. Per poder entrar a aquestes gràfiques és necessari conèixer el valor del paràmetre  $k$ , així com el valor de la relació contaminació-càrrega del rodament:

$$\frac{\eta_c \cdot P_u}{F_{eq}}$$

Equació 87

En primer lloc, quant al valor del paràmetre  $k$ , aquest és el valor del quocient entre la viscositat del lubricant emprat,  $\nu$ , i la viscositat relativa del lubricant,  $\nu_1$ , la qual depèn del diàmetre mitjà del rodament, segons l'expressió:

$$k = \frac{\nu}{\nu_1}$$

Equació 88

$$\nu_1 = \frac{4.500}{\sqrt{d_m \cdot n}} \quad n \geq 1.000 \text{ rpm}$$

Equació 89

$$d_m = \frac{D + d}{2}$$

Equació 90

Si el valor de  $k$  és molt gran, es pren un valor de  $k = 4$ , ja que aquest és el màxim valor de  $k$  arrellegat a les gràfiques.

Per altra banda, cal calcular ara el valor de la força equivalent. Si es tracta de l'extrem lliure de l'eix, el rodament no suportarà cap força axial, per la qual cosa el valor de la força equivalent és el valor de la força radial:

$$F_{eq} = F_r$$

Equació 91

No obstant, si es tracta de l'extrem fix de l'eix no es pot assumir que la força equivalent és igual a la força radial, sinó que és precís calcular la força equivalent tenint en consideració la força axial. La força equivalent es calcula partint de l'expressió:

$$F_e = X \cdot F_r + Y \cdot F_a$$

Equació 92

On X i Y són els factors de força radial i axial. Per al cas de rodets cònics aparellats cara a cara es fa servir  $X=0,67$ , però cal determinar Y. Això es fa calculant la relació entre la força axial i la força radial i comparant aquest valor amb el valor de e, dada tècnica del rodament. Si el valor del quocient és menor que el factor geomètric e,  $Y = Y_1$ , mentre que si és menor que e,  $Y = Y_2$ .

Calculada la força equivalent ja es pot calcular la relació contaminació-càrrega amb l'Equació 87 i entrar a la gràfica del factor  $a_{iso}$  per a rodaments radials de rodets, Figura 3 de l'annex de taules i gràfiques.

Tenint  $a_{iso}$  es pot calcular el valor de la càrrega dinàmica necessària del rodament,  $C_{nec}$ , amb l'expressió:

$$C_{nec} = F_{eq} \cdot \sqrt[q]{\frac{L \cdot 60 \cdot n}{a_1 \cdot a_{iso} \cdot 10^6}}$$

Equació 93

On q és un valor que varia depenent del tipus de contacte del element rodant del rodament, sent  $q = 3$  en el cas de boles (contacte puntual) i  $q = 10/3$  en el cas de rodets (contacte lineal). Amb aquesta consideració, es pot calcular el valor de la capacitat de càrrega dinàmica necessària i comparar-la amb la càrrega dinàmica oferta pel rodament seleccionat. Si la capacitat de càrrega dinàmica del rodament és major que el resultat obtingut, el rodament seleccionat és vàlid.

#### Sentit d'avanç positiu (+X)

Per a l'eix d'entrada es té una reacció radial als rodaments A i C així com una força axial al pinyó de la primera etapa, orientades tal i com es mostra a les següents figures:

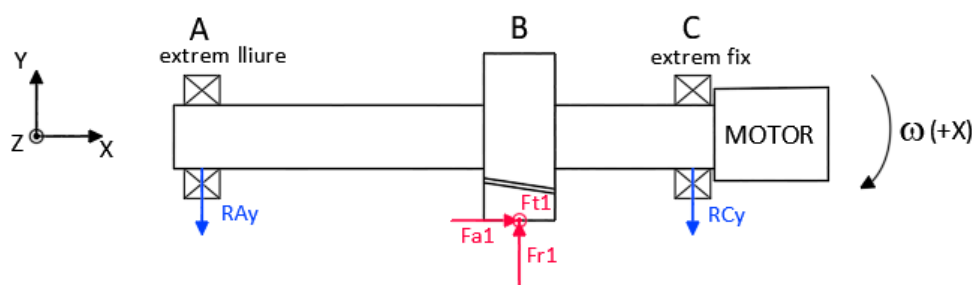


Figura 28. Eix d'entrada, sentit d'avanç positiu, plànol XY.

Disseny d'un reductor de velocitat d'engrenatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

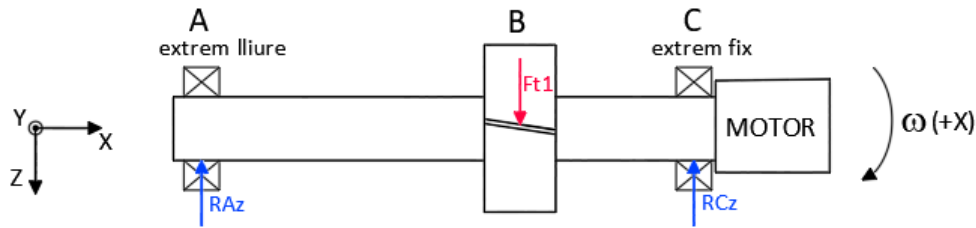


Figura 29. Eix d'entrada, sentit d'avanç positiu, plànol XZ.

Les reaccions radials dels rodaments A i C ( $F_R$ ) i la reacció axial ( $F_{ax}$ ) del rodament que actua com extrem fix tenen els següents valors:

Força	Valor (N)
$F_{RA}$	2.112,82
$F_{RC}$	7.862,99
$F_{ax}$	3.331,57

Taula 26. Forces eix d'entrada, sentit positiu d'avanç.

En vista del sentit de les forces axials, s'estableix que per a aquest sentit de gir, el rodament A actuarà com a extrem lliure, mentre que el C ho farà com a extrem fix. Sabent això, s'aplica el procediment de càlcul detallat anteriorment. L'aplicació numèrica d'aquest es pot trobar a l'annex de càlcul. Els resultats que s'obtenen es recullen a la Taula 27.

Rodament A (lliure)		Rodament C (fix)	
<b>Càlcul <math>a_{iso}</math></b>			
$d_m$	95	$d_m$	102,5
$V_1$	7,849	$V_1$	7,556
$k_{calculada}$	84,742	$k_{calculada}$	88,024
$k_{gràfica}$	4	$k_{gràfica}$	4
$F_{ax}/F_r$	0	$F_{ax}/F_r$	0,424
		$Y$	1,6
$x$	0	$x$	0,67
$F_{eq}$	2.121,82	$F_{eq}$	13.193,50
$\eta_c \cdot P_u / F_{eq}$	12,31	$\eta_c \cdot P_u / F_{eq}$	1,86
$a_{iso}$	50	$a_{iso}$	50
$C_{nec} (N)$	33.260,43	$C_{nec} (N)$	207.694,82

Taula 27. Resultats càlcul de la capacitat de càrrega dinàmica necessària dels rodaments A i C (sentit +X)

**Sentit d'avanç negatiu (-X)**

Quan s'inverteix el sentit de gir, el rodament A passa a actuar com a extrem fix i el rodament C com a extrem lliure. Degut a aquest canvi de sentit, el sentit de les forces aplicades és el mostrat a les figures 30 i 31.



Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

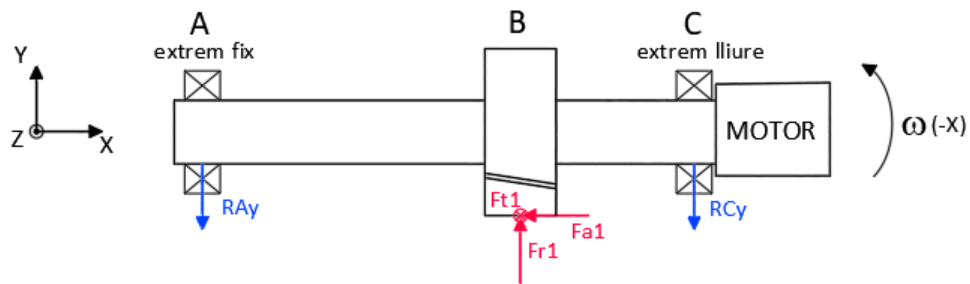


Figura 30. Eix d'entrada, sentit d'avanç negatiu, pla XY.

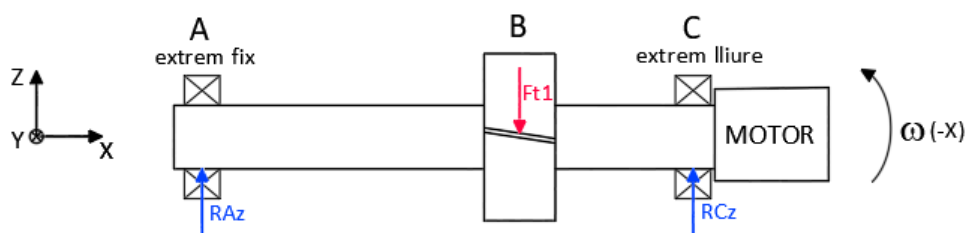


Figura 31. Eix d'entrada, sentit d'avanç negatiu, pla XZ.

Les reaccions radials dels rodaments A i C ( $F_R$ ) i la reacció axial ( $F_{ax}$ ) del rodament que actua com extrem fix tenen els següents valors:

Força	Valor (N)
$F_{RA}$	2.644,40
$F_{RC}$	8.715,41
$F_{ax}$	3.331,57

Taula 28. Forces eix d'entrada, sentit negatiu d'avanç.

S'ha de tenir en consideració que la inversió del sentit de gir no afecta al càlcul de la relació de viscositats  $k$ , per la qual cosa no cal tornar a calcular-la.

Rodament A (fix)		Rodament C (lliure)	
Càlcul $a_{iso}$			
$F_{ax}/F_r$	1,260	$F_{ax}/F_r$	0
Y	3,4		
x	0,67	x	0
$F_{eq}$	13.971,73	$F_{eq}$	8.715,41
$\eta_c \cdot P_u / F_{eq}$	1,86	$\eta_c \cdot P_u / F_{eq}$	2,81
$a_{iso}$	50	$a_{iso}$	50
$C_{nec}$ (N)	219.945,89	$C_{nec}$ (N)	137.199,74

Taula 29. Resultats càlcul de la capacitat de càrrega dinàmica necessària dels rodaments A i C (sentit -X)

### 3.4.2. Eix intermedi

Per als dos extrems de l'eix, A i D, es farà servir rodaments d'una filera de rodets cònics com el de la Figura 32.



Figura 32. Rodament d'una filera de rodets cònics de SKF [15].

No obstant, degut a la variació de diàmetre de l'eix al llarg d'aquest, A i D seran models diferents. Concretament, el rodament A és un SKF 32221, mentre que el D és un SKF 30224 amb les característiques que s'exposen a continuació:

<b>Rodament SKF 32221</b>	
<b>Dimensions (mm):</b>	
<b>Diàmetre intern</b>	105
<b>Diàmetre extern</b>	190
<b>Dades de càlcul</b>	
<b>Capacitat de càrrega dinàmica màxima, C (kN)</b>	443
<b>Capacitat de càrrega estàtica màxima, Co (kN)</b>	510
<b>Càrrega límit de fatiga, Pu (kN)</b>	55
<b>Valor límit, e</b>	0,43
<b>Factor de càlcul Y</b>	1,4
<b>Factor de càlcul Y0</b>	0,8

Taula 30. Característiques rodament SKF 32221 [15].

<b>Rodament SKF 30224</b>	
<b>Dimensions (mm):</b>	
<b>Diàmetre intern</b>	120
<b>Diàmetre extern</b>	215
<b>Dades de càlcul</b>	
<b>Capacitat de càrrega dinàmica màxima, C (kN)</b>	417
<b>Capacitat de càrrega estàtica màxima, Co (kN)</b>	465
<b>Càrrega límit de fatiga, Pu (kN)</b>	49
<b>Valor límit, e</b>	0,43
<b>Factor de càlcul Y</b>	1,4
<b>Factor de càlcul Y0</b>	0,8

Taula 31. Característiques rodament SKF 30224 [15].

### Procediment de càlcul

En primer lloc, al estar muntats a l'eix intermedi, la velocitat de gir,  $n$ , que es fa servir per calcular el valor de la relació de viscositats  $k$  ha canviat. A l'eix intermedi aquesta és de:

$$n_{intermig} = \frac{3.460 \text{ rpm}}{2,06} = 1.679,61 \text{ rpm}$$

S'ha de tenir en consideració que, quan es tracta de rodaments d'una filera de rodets cònics, la determinació de l'extrem fix i el lliure requereix d'una sèrie de càlculs, ja que aquests rodaments generen un força d'espenta axial, la qual s'afegeix a la generada pels engranatges i que no es pot menysprear. Com la força axial generada per un rodament afectarà a l'altre, per comprovar l'adequació d'un rodament és precís conèixer les característiques de l'altre rodament. El valor d'aquestes forces d'espenta axial dels rodaments de rodets cònics es determina mitjançant la següent equació [13]:

$$F_{Ai} = \frac{0,5 \cdot F_{Ri}}{Y}$$

*Equació 94*

Aquesta expressió s'aplica per als dos rodaments. S'obté que un dels dos extrems es veurà pressionat per la força axial generada pels engranatges i la força axial generada per l'altre rodament. Aquest rodament més pressionat haurà d'actuar com a extrem lliure, mentre que l'altre serà el fix. D'aquesta explicació es dedueix que el canvi en el sentit de de les forces axials generades pels engranatges (degut a un canvi en el sentit de gir d'aquests) pot ocasionar que el rodament fix haja de començar a actuar com a extrem lliure i viceversa.

Per calcular la força equivalent que suporta el rodament caldrà comprovar si la força axial és menyspreable front a la força radial, igual que s'ha explicat per als rodaments cònics aparellats cara a cara. Aquesta vegada, si la relació entre les forces és major que el paràmetre  $e$ , la força equivalent [13] serà:

$$F_{eq} = 0,4 \cdot F_R + Y \cdot F_{ax}$$

*Equació 95*

On la força axial és la força axial dels engranatges més la força axial generada pel rodament contrari. Si, per altra banda, la relació és menor que el paràmetre  $e$  es podrà afirmar que la força equivalent és igual a la radial.

### Sentit d'avanç positiu (-X)

Per a l'eix d'entrada tenim una reacció radial als rodaments A i C així com una força tangencial al pinyó de la primera etapa, orientades tal i com es mostra a la Figura 33.

Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

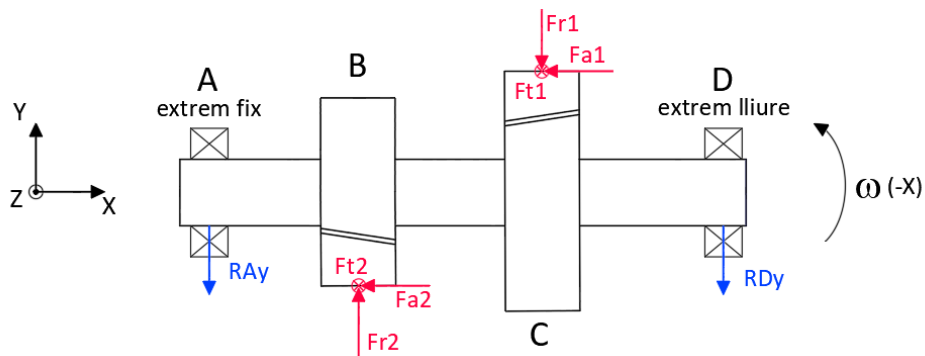


Figura 33. Eix intermedi, sentit positiu d'avanç, pla XY.

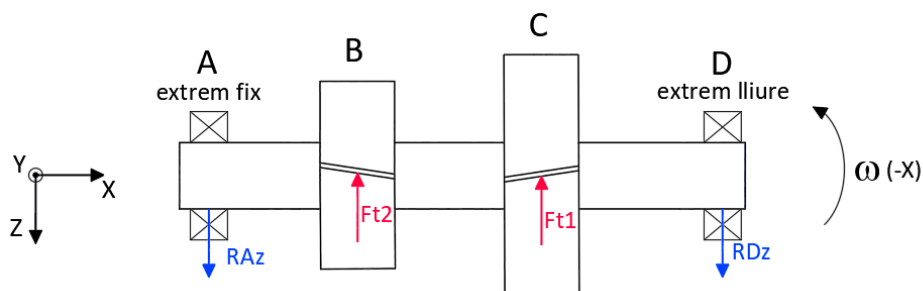


Figura 34. Eix intermedi, sentit positiu d'avanç, pla XZ.

El valor numèric de les reaccions radials en els rodaments de l'eix intermedi i la força axial total dels engranatges es mostra a la Taula 32.

Força	Valor (N)
$F_{RA}$	13.330,04
$F_{RD}$	13.121,04
$F_{ax}$	6.137,22

Taula 32. Forces eix intermedi, sentit d'avanç positiu.

Açò dona com a resultat, les següent forces d'espenta axial del rodaments de rodets cònics:

$$E_A = \frac{0,5 \cdot 13.330,04}{1,4} = 4.760,73 \text{ N}$$

$$E_D = \frac{0,5 \cdot 13.121,04}{1,4} = 4.686,09 \text{ N}$$

Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

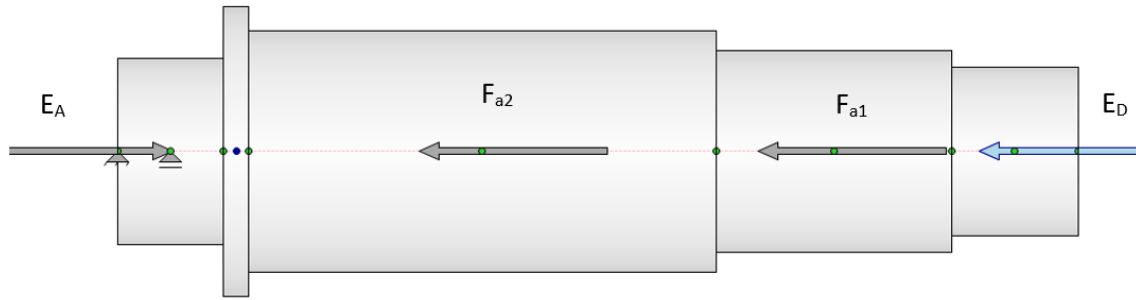


Figura 35. Forces axials a l'eix intermedi, sentit de gir positiu.

Rodament A (fix)		Rodament D (lliure)	
Càlcul $a_{iso}$			
$d_m$	147,5	$d_m$	167,5
$V_1$	12,97	$V_1$	12,17
$K'$	51,28	$K'$	54,65
$k$	4	$k$	4
$F_{axA}$	10.823,31	$F_{axD}$	4.686,09
$x$	0,4	$x$	0,4
$F_{axA}/F_{rA}$	0,81	$F_{axD}/F_{rD}$	0,36
$F_{eq}$	20.484,65	$F_{eq}$	13.121,04
$\eta_c \cdot P_u / F_{eq}$	1,342	$\eta_c \cdot P_u / F_{eq}$	1,87
$a_{iso}$	50	$a_{iso}$	50
$C_{nec} (N)$	259.617,34	$C_{nec} (N)$	166.292,85

Taula 33. Resultats càlcul càrrega dinàmica rodaments A i D (sentit -X)

Sentit negatiu d'avanç (+X)

A la Figura 36 es pot observar la geometria i la disposició i sentit de les forces axials de la roda de la primera etapa i del pinó de la segona etapa, així com les reaccions als rodaments A i D segons l'eix Y. La Figura 37 mostra les forces tangencials sobre els engranatges i les reaccions radials en els rodaments A i D en l'eix Z del sistema de referència.

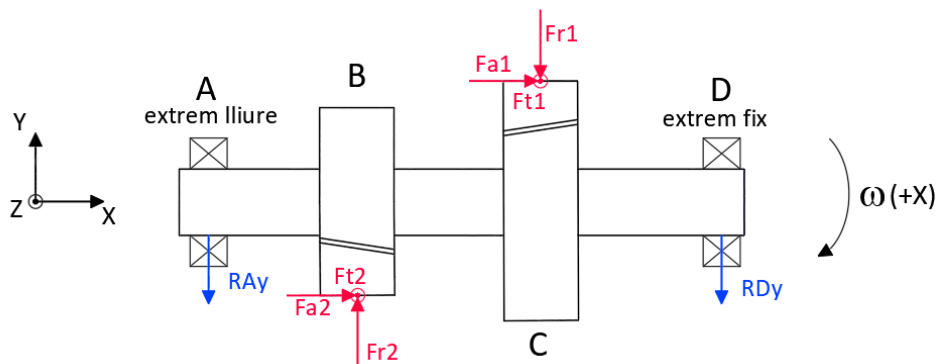


Figura 36. Eix intermedi, sentit negatiu d'avanç, pla XY.

Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

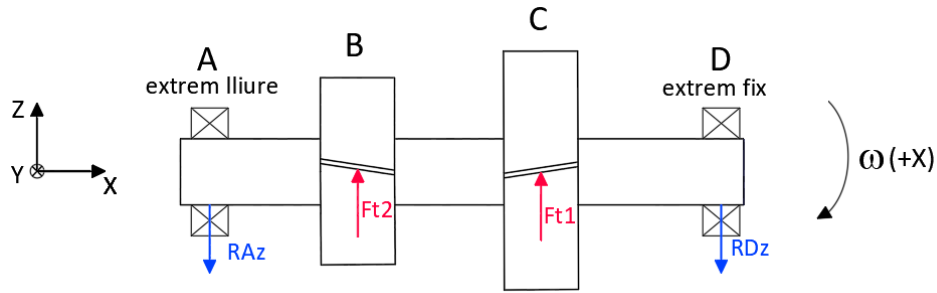


Figura 37. Eix intermediari, sentit negatiu d'avanç, plànol XZ.

Els valors d'aquestes reaccions radials en els rodaments i la força axial dels engranatges és:

Força	Valor (N)
$F_{RA}$	13.330,04
$F_{RD}$	13.121,04
$F_{ax}$	6.137,22

Taula 34. Forces eix intermediari, sentit d'avanç negatiu.

El canvi del sentit de gir del reductor provoca un canvi en el valor de les reaccions als rodaments A i D, per la qual cosa canvia també la força d'espenta axial generada pels rodaments, que cal calcular de nou:

$$E_A = \frac{0,5 \cdot 13.330,04}{1,4} = 4.760,73 \text{ N}$$

$$E_D = \frac{0,5 \cdot 13.121,04}{1,4} = 4.686,09 \text{ N}$$

Quedant la següent disposició:

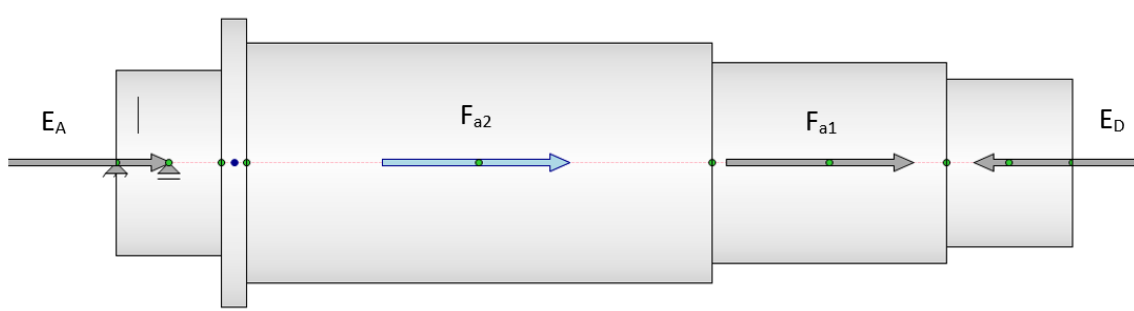


Figura 38. Forces axials a l'eix intermediari, sentit negatiu d'avanç.

Rodament A (lliure)		Rodament D (fix)	
<b>Càlcul <math>a_{iso}</math></b>			
$F_{axA}$	4.760,73	$F_{axD}$	10.897,95
$x$	0,4	$x$	0,4
$F_{axA}/F_{rA}$	0,36	$F_{axD}/F_{rD}$	0,83
$F_{eqA}$	13.330,04	$F_{eqD}$	20.505,55
$\eta_c \cdot P_u / F_{eq}$	2,06	$\eta_c \cdot P_u / F_{eq}$	1,19
$a_{iso}$	50	$a_{iso}$	40
$C_{nec} (N)$	168.941,59	$C_{nec} (N)$	277.875,03

Taula 35. Resultats càlcul càrrega dinàmica rodaments A i D (sentit +X)

### 3.4.3. Eix d'eixida

Per a l'eix d'eixida s'ha optat per la mateixa solució que per a l'eix intermedi, rodaments d'una filera de rodets cònics, però fent servir models diferents. Concretament, tant per a l'extrem A com per al C s'utilitzarà rodaments SKF T4DB150 [15], els quals presenten les següents característiques:

<b>Rodament SKF T4DB150</b>	
<b>Dimensions (mm):</b>	
<b>Diàmetre intern</b>	150
<b>Diàmetre extern</b>	210
<b>Dades de càlcul</b>	
<b>Capacitat de càrrega dinàmica màxima, C (kN)</b>	287
<b>Capacitat de càrrega estàtica màxima, Co (kN)</b>	390
<b>Càrrega límit de fatiga, Pu (kN)</b>	40
<b>Valor límit, e</b>	0,46
<b>Factor de càlcul Y</b>	1,3
<b>Factor de càlcul Y0</b>	0,7

Taula 36. Característiques rodament SKF T4DB150 [15].

El valor de la velocitat de gir  $n$  a l'eix d'eixida és de:

$$n_{intermig} = \frac{1.769,61 \text{ rpm}}{2,06} = 816,04 \text{ rpm}$$

### Sentit d'avanç positiu

Per al sentit d'avanç positiu del vehicle es té la distribució de forces a l'eix que es mostra a la Figura 39.

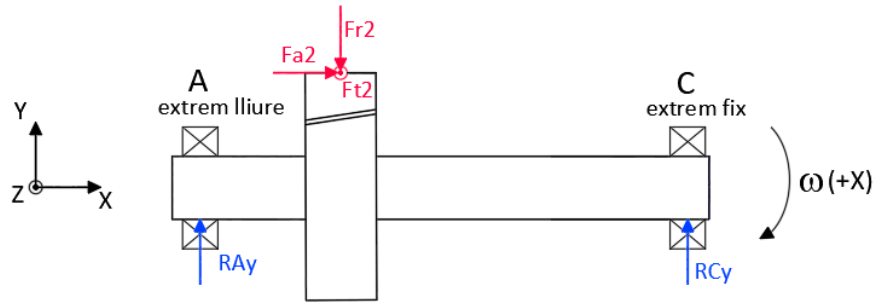


Figura 39. Eix d'eixida, sentit d'avanç positiu, pla XY.

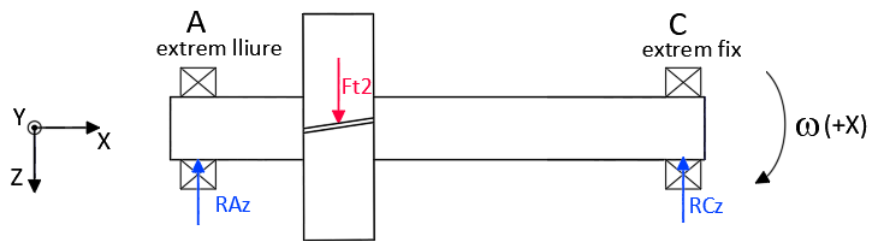


Figura 40. Eix d'eixida, sentit d'avanç positiu, pla XZ.

Els valors de les reaccions radials ( $F_R$ ) als rodaments i la força axial sobre l'engrenatge són:

Força	Valor (N)
$F_{RA}$	10.088,89
$F_{RC}$	8.874,44
$F_{ax}$	6.137,22

Taula 37. Forces eix d'eixida, sentit d'avanç positiu.

El procés de càlcul és idèntic al desenvolupat per als rodaments de l'eix intermedi. Es calcula en primer lloc les forces d'espenta axial generades pels rodaments:

$$E_A = \frac{0,5 \cdot 10.088,89}{1,3} = 3.880,34 \text{ N}$$

$$E_C = \frac{0,5 \cdot 8.874,44}{1,3} = 3.413,25 \text{ N}$$

Pel que queda una distribució de forces axials com es mostra a la Figura 41:

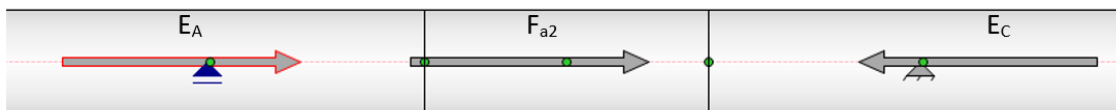


Figura 41. Forces axials a l'eix d'eixida, sentit positiu d'avanç.

D'aquesta forma, per al sentit d'avanç positiu, es té que el rodament A actuarà com a extrem lliure i el rodament C actuarà com a extrem fix.



Disseny d'un reductor de velocitat d'engrenatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

Rodament A (lliure)		Rodament C (fix)	
<b>Càlcul <math>a_{iso}</math></b>			
$d_m$	180		
$V_1$	11,74		
$K'$	56,65		
$k$	4		
$F_{axA}$	3.880,34	$F_{axC}$	10017,56
$x$	0,4	$x$	0,4
$F_{axA}/F_{rA}$	0,38	$F_{axC}/F_{rC}$	1,13
$F_{eqA}$	10.088,89	$F_{eqC}$	16.572,61
$\eta_c \cdot P_u / F_{eq}$	1,982	$\eta_c \cdot P_u / F_{eq}$	1,21
$a_{iso}$	50	$a_{iso}$	45
$C_{nec} (N)$	102.967,28	$C_{nec} (N)$	174.571,73

Taula 38. Resultats càlcul de capacitat de càrrega dinàmica necessària dels rodaments A i C (sentit +X)

Sentit d'avanç negatiu (-X)

Quan el vehicle inverteix el sentit de la marxa, la distribució de forces a l'eix d'eixida és la que segueix:

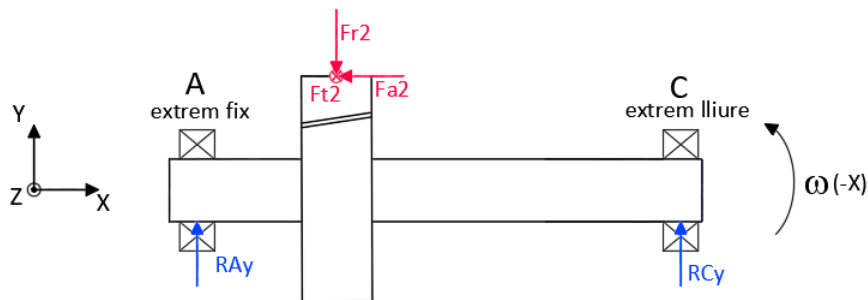


Figura 42. Eix d'eixida, sentit d'avanç negatiu, pla XY.

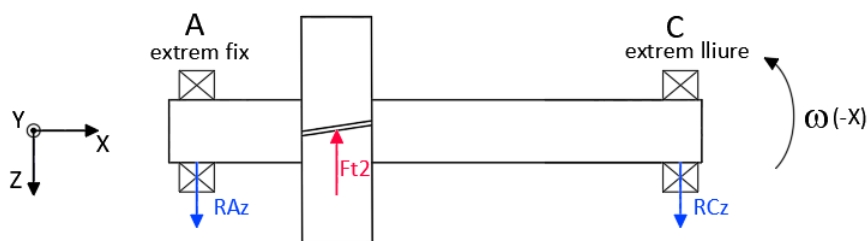


Figura 43. Eix d'eixida, sentit d'avanç negatiu, pla XZ.

Els valors de les reaccions radials dels rodaments i la força axial sobre l'engrenatge de l'eix d'eixida són:

Força	Valor (N)
$F_{RA}$	10.550,98
$F_{RC}$	6.807,93
$F_{ax}$	6.137,22

Taula 39. Forces eix d'eixida, sentit d'avanç negatiu.

Per altra banda, les forces d'espenta axial generades pels rodaments són:

$$E_A = \frac{0,5 \cdot 10.550,98}{1,3} = 4.058,07 \text{ N}$$

$$E_C = \frac{0,5 \cdot 6.807,93}{1,3} = 2.618,43 \text{ N}$$

A la Figura 44 es representa els sentits de les forces axials sobre l'eix d'eixida.

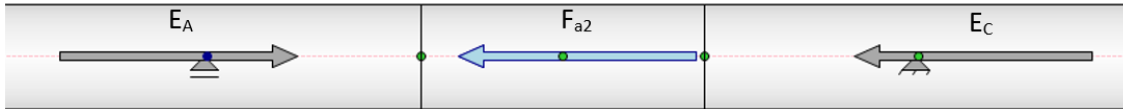


Figura 44. Forces axials a l'eix d'eixida, sentit d'avanç negatiu.

D'aquesta forma, el rodament A actuarà com extrem fix i el C com extrem lliure.

Rodament A (fix)		Rodament C (lliure)	
Càlcul aiso			
$F_{axA}$	8.755,65	$F_{axC}$	2.618,43
$x$	0,4	$x$	0,4
$F_{axA}/F_{rA}$	0,83	$F_{axC}/F_{rC}$	0,38
$F_{eqA}$	15.602,74	$F_{eqC}$	6.807,93
$\eta_c \cdot P_u / F_{eq}$	1,28	$\eta_c \cdot P_u / F_{eq}$	2,94
$a_{iso}$	50	$a_{iso}$	50
$C_{nec} \text{ (N)}$	159.241,65	$C_{nec} \text{ (N)}$	69.481,75

Taula 40. Resultats càlcul de capacitat de càrrega dinàmica necessària dels rodaments A i C (sentit -X).

### 3.5. Selecció dels elements de subjecció

La subjecció dels engranatges als eixos i la subjecció del motor elèctric a l'eix d'entrada, de forma que s'evite el gir dels engranatges respecte dels eixos als que aniran muntats, es farà mitjançant xavetes, excepte per a la roda de la segona etapa, que va muntada a l'eix d'eixida. Aquest eix, com és l'eix muntat d'un vehicle ferroviari està subjecte a una altra normativa i cal evitar practicar ranures en aquest, que actuarien com a concentradors de tensions. Per això, aquesta roda anirà calada en calent a l'eix.

Les dimensions de les xavetes, alçària, ample i llarg, s'han escollit mitjançant la base de dades del programa de disseny 3D Inventor. A continuació, es detalla a la Taula 41 aquestes dimensions.

Secció	Diàmetre eix (mm)	Longitud (mm)	Secció b x h	b	Profunditat		Xamfrà
					Eix h1	Cub h2	
<b>Motor</b>	75	90	20 x 8	20 <sup>-</sup> <sub>0,052</sub>	5 <sup>+0,2</sup>	3 <sup>+0,2</sup>	0,4 – 0,6
<b>Pinyó 1</b>	75	90	20 x 8	20 <sup>-</sup> <sub>0,052</sub>	5 <sup>+0,2</sup>	3 <sup>+0,2</sup>	0,4 – 0,6
<b>Roda 1</b>	105	90	28 x 10	28 <sup>-</sup> <sub>0,052</sub>	6 <sup>+0,2</sup>	4 <sup>+0,2</sup>	0,4 – 0,6
<b>Pinyó 2</b>	112,5	140	32 x 11	32 <sup>-</sup> <sub>0,062</sub>	7 <sup>+0,2</sup>	4 <sup>+0,2</sup>	0,4 – 0,6

Taula 41. Dimensions teòriques de les xavetes

Per altra banda, per evitar el moviment axial dels elements al llarg dels eixos es disposa de casquets o de volanderes. Les volanderes es faran servir per a la subjecció axial dels rodaments. Per a açò, es practicarà una ranura a l'eix, sempre del costat de la cara externa del rodament per col·locar la volandera. Aquesta solució es farà servir per als rodaments dels eixos d'entrada i intermedi però no al d'eixida. En aquest, la pista interna del rodament anirà calada en calent a l'eix, igual que l'engranatge, per tal d'evitar crear concentradors de tensions a l'eix..

Quant a la subjecció axial dels engranatges, és precís assegurar la subjecció dels pinyons de les dues etapes i de la roda de la primera etapa. Els casquets que es faran servir per subjectar axialment aquests engranatges consisteixen en un cilindre del diàmetre de l'eix i 10 mm de grossària, que manté la distància entre dos elements muntats a l'eix de forma contigua.

### 3.6. Segellament

La carcassa tindrà forats passants per a la col·locació dels diferents elements. Els 6 rodaments que s'han seleccionat no compten amb un segellament, pel que és precís afegir reguardes muntades amb cada rodament per evitar les pèrdues d'oli. Els segells seleccionats són:

- Eix d'entrada [16]:
  - Rodament A
    - SKF HMS5 RG 75x115x10
  - Rodament C
    - SKF HMS5 RG 75x130x12

Per als eixos intermedi i d'eixida, no hi ha cap reté al catàleg de SKF [16] amb les mesures adequades. Per tant, serà precís l'encàrrec de retens a mesura per al reductor. A continuació es donen les dimensions d'aquests:

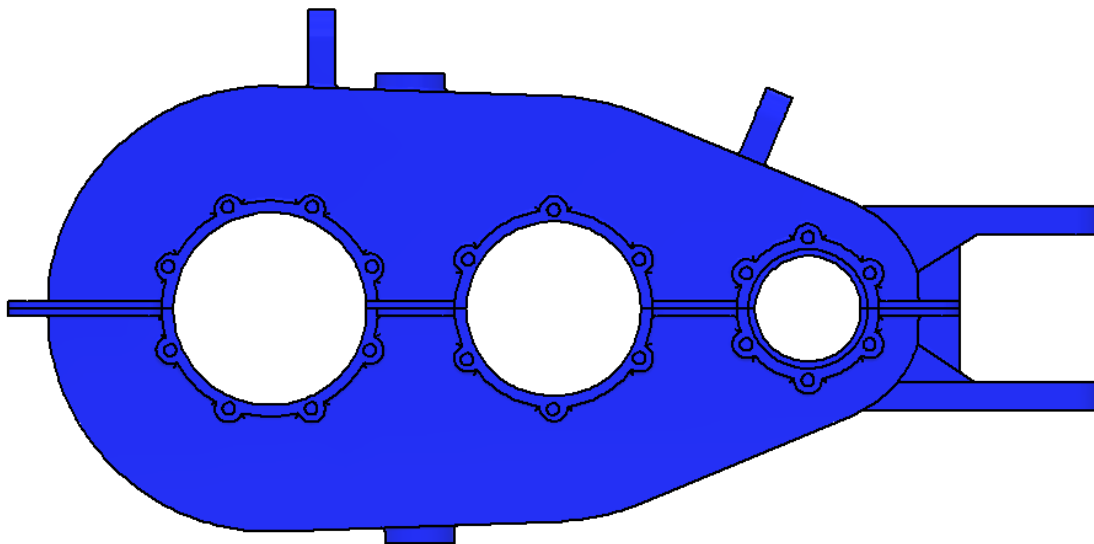
- Eix intermedi:
  - Rodament A
    - 105x190x14
  - Rodament D
    - 120x215x14

- Eix d'eixida:
  - Rodaments A i C
    - 150x210x14

La unió entre les dues meitats de la carcassa munta també una junta per evitar les pèrdues de lubricant.

### 3.7. Disseny de la carcassa del reductor

Per iniciar el disseny de la carcassa del reductor, es parteix del fet que la caixa anirà suspesa entre els eixos d'entrada i d'eixida. Degut a açò, la caixa no necessitarà tindre una base plana, de forma que la seua geometria seguirà la forma dels engranatges, com mostra la Figura 45. El material seleccionat per la fabricació de la carcassa és fosa grisa.



*Figura 45. Perfil carcassa del reductor*

Aquesta consistirà en dues meitats, una superior i una inferior, separades per la horitzontal, de forma que el diàmetre variable dels eixos no supose un problema per al muntatge i desmuntatge. Aquestes dues meitats tindran un ressalt amb orificis practicats per tot el perímetre per tal de mantenir les dues parts unides. Cadascuna d'aquestes meitats de la carcassa disposarà d'un orifici roscat amb un tap, que es farà servir per als canvis d'oli que el reductor necessite per al seu manteniment habitual. Els orificis són iguals en les dues meitats, però el tap de la part inferior de la carcassa serà magnètic, per tal d'atrapar les borumballes de metall que es poden generar degut al normal funcionament. A més a més, per facilitar el muntatge i desmuntatge del reductor al bogi, la meitat superior de la carcassa compta amb dos punts d'ancoratge per tal de poder moure aquest més fàcilment.

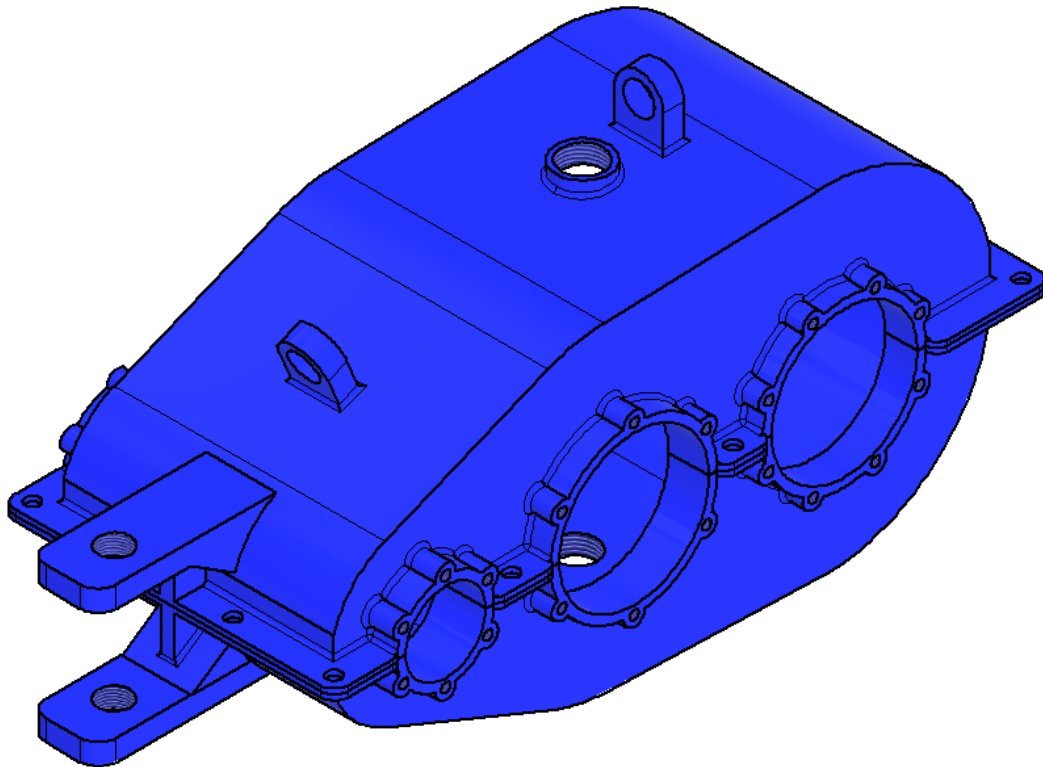
Els eixos aniran muntats els tres al llarg de l'horitzontal. Per poder donar el suport adequat als rodaments, els orificis practicats a la caixa tindran una superfície del mateix ample que el rodament, tal i com es mostra a la imatge inferior. A més, aquesta superfície ha de tenir gruix suficient per poder practicar els forats on es caragolaran les tapes dels suports dels rodaments. Els eixos d'entrada i intermedi disposaran de 6 forats per a aquesta funció, mentre

que l'eix d'eixida, per ser de major diàmetre, en tindrà 8. En ambdós casos, la distància entre els orificis dels caragols serà homogènia.

Aquesta carcassa ha de comptar, necessàriament, amb un parell d'orificis roscats, un a cada meitat de la carcassa, els quals serviran per realitzar els canvis d'oli quan siga precís. D'aquesta forma, es tindrà un forat a la meitat superior de la carcassa per introduir nou lubricant i un altre a la meitat inferior per poder extraure fàcilment l'oli usat.

La part superior de la carcassa compta, a més, amb dues argolles, la funció de les quals és actuar com a punts d'ancoratge per facilitar la instal·lació, així com les tasques de manteniment quan siga necessari llevar-la o tornar-la a col·locar.

Per altra banda, cada banda de la carcassa té una placa horitzontal de 256 mm de llarg i 100 mm d'ample amb un forat roscat que la travessa per tal de subjectar el reductor al bastidor del bogie, tal i com es mostra a la Figura 46.



*Figura 46. Vista tridimensional de la carcassa.*

Pel forat d'aquestes dues plaques passarà una barra roscada, que serà part d'un braç de la travessa del bastidor del bogie del tren. Aquest element s'ha afegit al disseny per evitar una excessiva deflexió a l'eix d'entrada pel pes del reductor. El reductor anirà, com ja s'ha explicat, suspès dels eixos del vehicle, però en eixe cantó l'eix d'entrada no ix del reductor pel que, de no afegir-se eixe sistema d'ancoratge, el pes del reductor i les forces que es generen durant el funcionament crearien un moment flector a l'eix d'entrada respecte del suport del motor elèctric, no menyspreable. Amb aquest sistema es crea un segon punt de recolzament que elimina aquest problema.

En darrer lloc, per evitar concentradors de tensions, tots els cantons i totes les línies de contacte entre dues superfícies estaran arrodonides, evitant angles rectes.

#### CAPÍTOL 4. BIBLIOGRAFIA

- [1] Kuře G. (2012). *Railway technical handbook. Axleboxes, wheelset bearings, sensors, condition monitoring, subsystems and services*. Volume 2, SKF (2012). ISBN 978-91-978966-6-5.
- [2] Siemens Mobility, Inspiro the metro from Siemens Mobility. Disponible: <https://www.mobility.siemens.com/global/en/portfolio/rolling-stock/metros.html>, consultada en abril 2023.
- [3] ISO 6336-1:2019, Calculation of load capacity of spur and helical gears – Part 1: Basic principles, introduction and general influence factors.
- [4] UNE-EN ISO 683-2:2019, Aceros para tratamiento térmico, aceros aleados y aceros de fácil mecanización. Parte 2, Aceros aleados para temple y revenido. (ISO 683-2:2016)
- [5] UNE 18005:1984, engranajes cilíndricos para mecánica general y mecánica pesada. Módulos y dientes, Pitch.
- [6] ISO 3448:1992/Cor 1:1993, Industrial liquid lubricants – ISO viscosity classification – Technical Corrigendum 1.
- [7] DIN ISO 281:2010-10, Rolling bearings – Dynamic load ratings and rating life.
- [8] UNE 18037:1984, Rodamientos. Rodamientos radiales. Medidas principales. Plan general.
- [9] UNE-EN 13103-1:2019, Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados y bogies. Parte 1: Método de diseño de los ejes con manguetas exteriores.
- [10] ISO 2491:1974, Thin parallel keys and their corresponding keyways (Dimensions in millimeters)
- [11] DIN 471:2011-04, Retaining rings for shafts – Normal type and heavy type.
- [12] ISO 6194-1:2007, Rotary shaft lip-type seals incorporating elastomeric sealing elements- Part 1: Nominal dimensions and tolerances.
- [13] Besa González, A.J.; Valero Chulià, F.J. (2016). *Diseño de máquinas*. Valencia: Universitat Politècnica de València.
- [14] Stadler Rail, Metro Sèrie 4300 Tipus Tubelink. Disponible: <https://www.stadlerrail.com/media/pdf/mfgv0216s.pdf>, consultada en maig 2023.
- [15] SKF, Catàleg de rodaments. Disponible: <https://www.skf.com/es/products/rolling-bearings>, consultada en juny 2023.
- [16] SKF, Catàleg de retens. Disponible: <https://www.skf.com/es/products/industrial-seals/power-transmission-seals/radial-shaft-seals/general-industrial-applications/hms5-hmsa10>, consultada diciembre 2023.

## **ANNEX DE CÀLCULS**

## ÍNDEX

<b>Apartat 1: Paràmetres inicials: relació de transmissió i moment torsor als eixos .....</b>	<b>67</b>
<b>Apartat 2: Engranatges .....</b>	<b>67</b>
<b>Apartat 3: Eixos .....</b>	<b>69</b>
3.1. Disseny a rigidesa torsional.....	69
Eix d'entrada .....	69
Eix intermedi .....	70
Eix d'eixida .....	70
3.2. Disseny a fallada per fatiga .....	70
Eix d'entrada .....	71
Eix intermedi .....	76
Coeficient de seguretat seccions crítiques B' i C' .....	82
3.3. Deflexió.....	83
3.4 Càlcul eix d'eixida .....	84
Influència de les masses en moviment:.....	84
Forces de frenada.....	87
Efectes produïts per la tracció .....	89
Càlcul del moment resultant .....	89
3.5. Selecció dels rodaments .....	91



**APARTAT 1: PARÀMETRES INICIALS: RELACIÓ DE TRANSMISSIÓ I MOMENT TORSOR ALS EIXOS**

Càlcul de la relació de transmissió total:

$$i_T = \frac{\omega_e}{\omega_s} = \frac{362,33}{85,47} = 4,24$$

Càlcul de la relació de transmissió de cada etapa:

$$i_e = \sqrt[n]{i_t} = \sqrt[2]{4,24} = 2,06$$

El càlcul del parell torsor es realitza per als tres eixos que componen la reductora de velocitat. Per a l'eix d'entrada de la reductora:

$$T_0 = \frac{P}{\omega_e} = \frac{300.000}{362,33} = 827,97 \text{ Nm}$$

Per als eixos intermedi i d'eixida de la reductora:

$$T_n = T_{(n-1)} \cdot i_e$$

$$T_1 = T_0 \cdot i_e = 827,97 \cdot 2,06 = 1.704,75 \text{ Nm}$$

$$T_2 = T_1 \cdot i_e = 1.704,74 \cdot 2,06 = 3.510 \text{ Nm}$$

**APARTAT 2: ENGRANATGES**

S'hi afegixen imatges del full de càlcul que s'ha fet servir per calcular l'ample dels engranatges del reductor. El pinyó i la roda de cada etapa tenen el mateix ample, per la qual cosa hi ha una figura per cada etapa.

DIMENSIONADO A PRESIÓN SUPERFICIAL									
$d_{prop}$ (mm)	$\epsilon_{\beta}$	$Z_e$	$kaft/b$	$Vz_1$	$Kv\alpha$	$Kv\beta$	$Kv$	$KH\beta$	$d_{calc}$ (mm)
180,91	1,96954051	0,80142064	724,741224	0,5248322	1,03940436	1,026742782	1,02674278	1,34E+00	110,91
110,91	1,20745363	0,80142064	1182,16315	0,5248322	1,03154006	1,019722971	1,01972297	1,165465737	95,88
95,88	1,04382471	0,80142064	1367,47787	0,5248322	1,0298515	1,018215736	1,01821574	1,138370276	93,51
93,51	1,01805024	0,80142064	1402,09897	0,5248322	1,02958553	1,01797832	1,01797832	1,134429465	93,17
93,17	1,0142894	0,80142064	1407,29775	0,5248322	1,02954672	1,017943677	1,01794368	1,133861892	93,12
93,12	1,01374744	0,80142064	1408,05011	0,5248322	1,02954112	1,017938685	1,01793869	1,133780258	93,11
93,11	1,01366948	0,80142064	1408,1584	0,5248322	1,02954032	1,017937967	1,01793797	1,133768518	93,11
93,11	1,01365827	0,80142064	1408,17398	0,5248322	1,0295402	1,017937864	1,01793786	1,133766883	93,11
93,11	1,01365666	0,80142064	1408,17622	0,5248322	1,02954019	1,017937849	1,01793785	1,133766587	93,11
93,11	1,01365642	0,80142064	1408,17654	0,5248322	1,02954018	1,017937847	1,01793785	1,133766552	93,11
93,11	1,01365639	0,80142064	1408,17659	0,5248322	1,02954018	1,017937846	1,01793785	1,133766547	93,11
93,11	1,01365639	0,80142064	1408,17659	0,5248322	1,02954018	1,017937846	1,01793785	1,133766547	93,11
93,11	1,01365639	0,80142064	1408,17659	0,5248322	1,02954018	1,017937846	1,01793785	1,133766546	93,11
93,11	1,01365639	0,80142064	1408,17659	0,5248322	1,02954018	1,017937846	1,01793785	1,133766546	93,11
94,00	1,02336289	0,80142064	1394,82016	0,5248322	1,02964035	1,018027256	1,01802726	1,135234461	94,00
								<b>d1</b>	180,9 mm
								<b>bmin</b>	45,2 mm
								<b>bmax</b>	361,8 mm

Figura 47. Full de càlcul dimensionat a pressió superficial primera etapa

Disseny d'un reductor de velocitat d'engrenatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

Factores para $K_{H\beta}$									
iso ajuste	5 a	6 a	7 a	8 a	5 b,c	6 b,c	7 b,c	8 b,c	
H1	1,135	1,150	1,170	1,230	1,100	1,110	1,120	1,150	No endurecidos
H2	2,30E-04	3,00E-04	4,70E-04	6,10E-04	1,15E-04	1,50E-04	2,30E-04	3,10E-04	
H3	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	
H1	1,090	1,090			1,050	1,050			Endurecidos superficialmente
H2	1,99E-04	3,30E-04			1,00E-04	1,60E-04			
H3	0,260	0,260			0,260	0,260			

Figura 48. Factors per a  $K_{H\beta}$ , primera etapa

COEFICIENTE DE SEGURIDAD A FLEXIÓN								
$Y_{Fa}$	$Y_e$	$Y_{Sa}$	$Y_{\beta}$	$N_F$	$KF_{\beta}$	$\sigma_{F1,2}$ (N/mm <sup>2</sup> )	$X_F$	
2,886268432	0,73170629	1,66820539	0,83333333	0,771214733	1,10276456	459,7293201	2,121	2,121
2,415804067		1,83755972				423,8567781	2,300	PIÑÓN
<b>b= 94 mm</b>								

Figura 49. Full de càlcul coeficient de seguretat a flexió primera etapa

DIMENSIONADO A PRESIÓN SUPERFICIAL									
$b_{prop}$ (mm)	$\epsilon_{\beta}$	$Z_{\epsilon}$	$kaft/b$	$Vz_1$	$Kv\alpha$	$Kv\beta$	$Kv$	$KH_{\beta}$	$b_{calc}$ (mm)
202,19	2,20125115	0,79804263	1194,59006	0,311097047	1,01937292	1,012093117	1,01209312	1,34E+00	186,03
186,03	2,0253025	0,79804263	1298,37036	0,311097047	1,01876504	1,011550507	1,01155051	1,299862064	180,05
180,05	1,9601449	0,79804263	1341,52977	0,311097047	1,01853992	1,011349567	1,01134957	1,28497045	177,95
177,95	1,93730397	0,79804263	1357,34648	0,311097047	1,01846101	1,011279128	1,01127913	1,279858061	177,23
177,23	1,92946181	0,79804263	1362,86332	0,311097047	1,01843392	1,011254943	1,01125494	1,278115694	176,98
176,98	1,92678901	0,79804263	1364,75386	0,311097047	1,01842468	1,011246701	1,01124671	1,277523361	176,90
176,90	1,92588036	0,79804263	1365,39776	0,311097047	1,01842154	1,011243898	1,0112439	1,277322164	176,87
176,87	1,92557172	0,79804263	1365,61662	0,311097047	1,01842048	1,011242947	1,01124295	1,277253844	176,86
176,86	1,92546691	0,79804263	1365,69095	0,311097047	1,01842011	1,011242623	1,01124262	1,277230646	176,86
176,86	1,92543133	0,79804263	1365,71619	0,311097047	1,01841999	1,011242514	1,01124251	1,277222277	176,86
176,86	1,92541924	0,79804263	1365,72476	0,311097047	1,01841995	1,011242476	1,01124248	1,277220096	176,86
176,86	1,92541514	0,79804263	1365,72767	0,311097047	1,01841993	1,011242464	1,01124246	1,277219188	176,86
176,86	1,92541375	0,79804263	1365,72866	0,311097047	1,01841993	1,011242459	1,01124246	1,27721888	176,86
176,86	1,92541328	0,79804263	1365,72899	0,311097047	1,01841993	1,011242458	1,01124246	1,277218775	176,86
177,00	1,92697055	0,79804263	1364,62528	0,311097047	1,01842531	1,01124726	1,01124726	1,277563569	177,00
								d1	202,2 mm
								bmin	50,5 mm
								bmax	404,4 mm

Figura 50. Full de càlcul dimensionat a pressió superficial segona etapa

Factores para $K_{H\beta}$									
iso ajuste	5 a	6 a	7 a	8 a	5 b,c	6 b,c	7 b,c	8 b,c	
H1	1,135	1,150	1,170	1,230	1,100	1,110	1,120	1,150	No endurecidos
H2	2,30E-04	3,00E-04	4,70E-04	6,10E-04	1,15E-04	1,50E-04	2,30E-04	3,10E-04	
H3	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	
H1	1,090	1,090			1,050	1,050			Endurecidos superficialmente
H2	1,99E-04	3,30E-04			1,00E-04	1,60E-04			
H3	0,260	0,260			0,260	0,260			

Figura 51. Factors  $K_{H\beta}$  segona etapa

Disseny d'un reductor de velocitat d'engrenatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

COEFICIENTE DE SEGURIDAD A FLEXIÓN								
$Y_{Fa}$	$Y_e$	$Y_{Sa}$	$Y_\beta$	$N_F$	$KF\beta$	$\sigma_{F1.2}$ (N/mm <sup>2</sup> )	$X_F$	
2,78251022	0,72765403	1,69428992	0,83333333	0,874678058	1,23894051	488,7529733	1,995	1,995
2,415804067		1,83755972				460,2227546	2,119	PIÑÓN
				<b>b=</b>	<b>177</b>	<b>mm</b>		

Figura 52. Full de càlcul coeficient de seguretat a flexió segona etapa

COMPROBACIÓN LUBRICANTE					
K	$v_t$ (m/s)	$K/v_t$	$K \cdot K_A/v_t$	$v$ necesaria a 35°C	SELECCION
7,636584321	3,43215145	2,22501379	3,33752069	665,14	VG- 680
				mm <sup>2</sup> /s	
				cSt	

Figura 53. Comprovació del lubricant primera etapa

COMPROBACIÓN LUBRICANTE					
K	$v_t$ (m/s)	$K/v_t$	$K \cdot K_A/v_t$	$v$ necesaria a 35°C	SELECCION
7,092095112	1,86305568	3,80670057	5,71005085	821,51	VG- 680
				mm <sup>2</sup> /s	
				cSt	

Figura 54. Comprovació lubricant segona etapa

### APARTAT 3: EIXOS

#### 3.1. Disseny a rigidesa torsional

Es calcula el diàmetre mínim dels eixos per tal de complir el criteri de rigidesa torsional amb les equacions exposades a la memòria (equació 45, obtinguda a partir de les equacions 43 i 44):

##### Eix d'entrada

- Criteri 1,5°/m:

$$d_0 = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 827,97}{0,026 \cdot \pi \cdot 8,1 \cdot 10^{10}}} = 0,0446 \text{ m} = 44,657 \text{ mm}$$

- Criteri 1°/20d:

$$d_0 = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 20 \cdot 827,97}{0,017 \cdot \pi \cdot 8,1 \cdot 10^{10}}} = 0,0492 \text{ m} = 49,23 \text{ mm}$$

Es majora aquest resultat a 50 mm

#### Eix intermedi

- Criteri 1,5<sup>o</sup>/m:

$$d_1 = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 1704,75}{0,026 \cdot \pi \cdot 8,1 \cdot 10^{10}}} = 0,0535 \text{ m} = 53,494 \text{ mm}$$

- Criteri 1<sup>o</sup>/20d:

$$d_1 = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 20 \cdot 1704,75}{0,017 \cdot \pi \cdot 8,1 \cdot 10^{10}}} = 0,0626 \text{ m} = 62,629 \text{ mm}$$

Es majora aquest resultat a 65 mm

#### Eix d'eixida

- Criteri 1,5<sup>o</sup>/m:

$$d_2 = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 3510}{0,026 \cdot \pi \cdot 8,1 \cdot 10^{10}}} = 0,06408 \text{ m} = 64,08 \text{ mm}$$

- Criteri 1<sup>o</sup>/20d:

$$d_2 = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 20 \cdot 3510}{0,017 \cdot \pi \cdot 8,1 \cdot 10^{10}}} = 0,0797 \text{ m} = 79,676 \text{ mm}$$

Es majora aquest resultat a 80 mm

### 3.2. Disseny a fallada per fatiga

Com s'ha exposat a la memòria, la determinació del diàmetre dels eixos pel criteri de fallada per fatiga comença amb el càlcul del moment flectors a les seccions d'interès dels eixos. A continuació, havent determinat la secció més crítica de l'eix, es calcula quin és el diàmetre mínim que garanteix el coeficient de seguretat necessari. Es comença calculant l'eix d'entrada per als dos sentits de gir, +X i -X.

### Eix d'entrada

Les forces a l'eix d'entrada són:

$$F_t = \frac{T}{D/2} = \frac{827,97Nm}{0,18091m/2} = 9.153,4 N$$

$$F_r = F_t \cdot \tan(\alpha_t) = 9.153,4N \cdot \tan(21,2^\circ) = 3.545,39N$$

$$F_a = F_t \cdot \tan(\beta) = 9.153,4N \cdot \tan(20^\circ) = 3.331,57N$$

El sentit de la força axial variarà depenent del sentit de gir de l'eix, tal i com es mostra a les figures 5 i 7 de la memòria. Per altra banda, les distàncies entre els elements de l'eix d'entrada es detallen a la figura 9. Amb aquestes dades, ja es pot calcular les reaccions i els moments flectors per a l'eix en ambdós sentits.

### Sentit de gir positiu (+X)

#### - Plànol XY:

##### ○ Reaccions:

$$R_{Ay} = \frac{F_a \cdot \frac{D}{2} - F_r \cdot L_2}{L_1 + L_2} = \frac{3.331,56 \cdot \frac{0,18091}{2} - 3.545,38 \cdot 0,09}{0,3 + 0,09} = -45,456 N (-Y)$$

$$R_{Cy} = -R_{Ay} - F_r = 45,456 - 3.545,39 = -3.499,934 N (-Y)$$

##### ○ Moments flectors tram A-B (0 < X <= 0,3):

$$M_z(x) = R_{Ay} \cdot x$$

$$M_{zA} = R_{Ay} \cdot 0 = 0 Nm$$

$$M_{zB\_esquerra} = R_{Ay} \cdot L_1 = -45,456 \cdot 0,3 = -13,637 Nm$$

##### ○ Moments flectors tram B-C (0,3 <= X < 0,39):

$$M_z(x) = R_{Ay} \cdot x - F_a \cdot \frac{D}{2} + F_r \cdot (x - L_1)$$

$$M_{zB\_dreta} = R_{Ay} \cdot L_1 - F_a \cdot \frac{D}{2} = -45,456 \cdot 0,3 - 3.331,57 \cdot \frac{0,18091}{2} = -314,994 Nm$$

$$M_C = R_{Ay} \cdot (L_1 + L_2) - F_a \cdot \frac{D}{2} + F_r \cdot L_1 =$$

$$-45,456 \cdot (0,3 + 0,09) - 3.331,57 \cdot \frac{0,18091}{2} + 3.545,39 \cdot 0,09 = 0 Nm$$

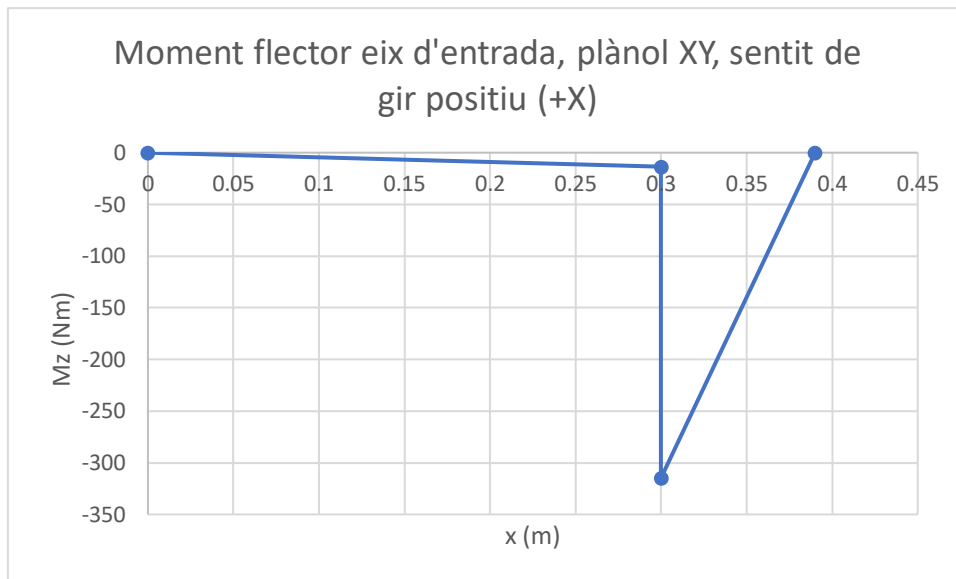


Figura 55: Moment flector XY a l'eix d'entrada, sentit de gir positiu (+X)

- **Plànol XZ:**

En el plànol XZ les seccions d'interès són les mateixes que al plànol XY: A, B i C.

○ **Reaccions:**

Les reaccions als rodaments A i C són:

$$R_{Az} = \frac{F_t \cdot L_2}{L_1 + L_2} = \frac{9.153,4 \cdot 0,09}{0,3 + 0,09} = 2.112,33 \text{ N } (-Z)$$

$$R_{Cz} = -R_{Az} + F_t = -2.112,33 + 9.153,4 = 7.041,1 \text{ N } (-Z)$$

○ **Moments flectors tram A-B (0 < X <= 0,3):**

$$M_y(x) = R_{Az} \cdot x$$

$$M_{yA} = R_{Az} \cdot 0 = 0 \text{ Nm}$$

$$M_{yB} = R_{Az} \cdot L_1 = 2.112,33 \cdot 0,3 = 633,699 \text{ Nm}$$

○ **Moments flectors tram B-C (0,3 <= X < 0,39):**

$$M_y(x) = R_{Az} \cdot x + F_t \cdot (x - L_1)$$

$$M_{yC} = R_{Az} \cdot (L_1 + L_2) + F_t \cdot L_2 =$$

$$2.112,33 \cdot 0,39 + 9.153,4 \cdot (0,09) = 0 \text{ Nm}$$

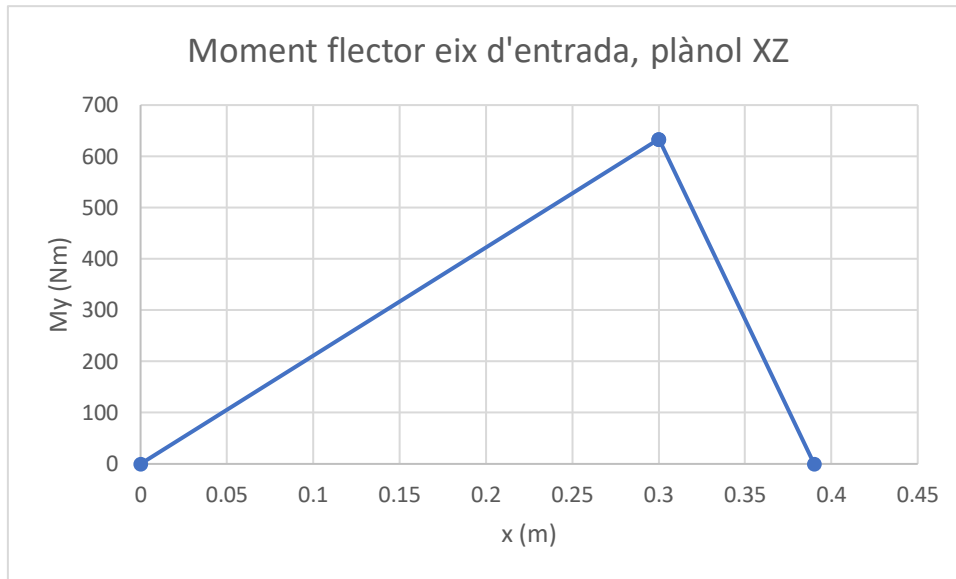


Figura 56: Moment flector XZ a l'eix d'entrada, sentit de gir positiu (+X)

- **Moment total:**

$$M_{Ti} = \sqrt{M_{zi}^2 + M_{yi}^2}$$

$$M_{TA} = \sqrt{M_{zA}^2 + M_{yB}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Nm}$$

$$M_{TB\_esquerra} = \sqrt{M_{zB\_esquerra}^2 + M_{yB}^2} = \sqrt{(-13,637)^2 + (633,699)^2} = 633,846 \text{ Nm}$$

$$M_{TB\_dreta} = \sqrt{M_{zB\_dreta}^2 + M_{yB}^2} = \sqrt{(-313,994)^2 + (633,699)^2} = 707,669 \text{ Nm}$$

$$M_{TC} = \sqrt{M_{zC}^2 + M_{yB}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Nm}$$

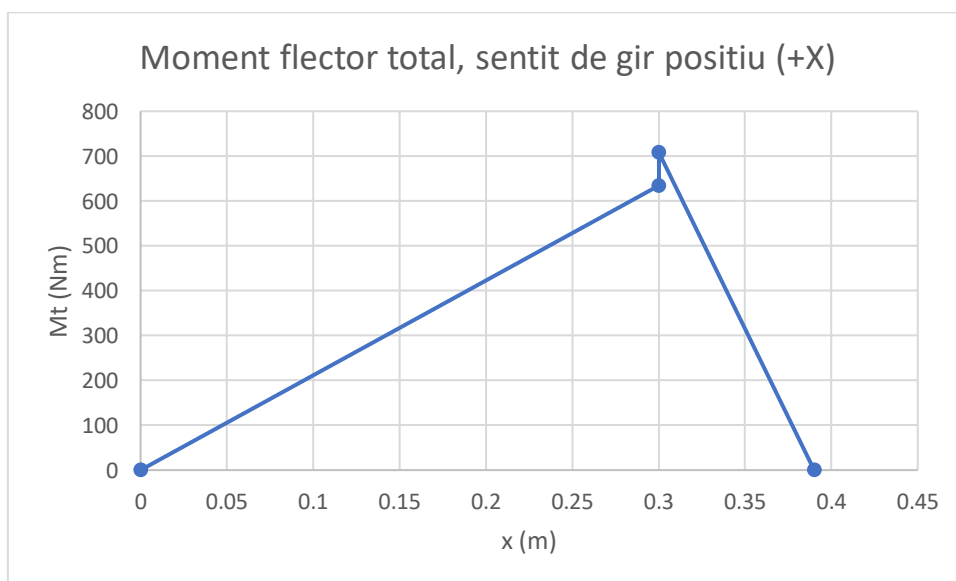


Figura 57: Moment flector total a l'eix d'entrada, sentit de gir positiu (+X)

**Sentit de gir negatiu (-X)**

- **Plànol XY:**

○ **Reaccions:**

$$R_{Ay} = \frac{-F_a \cdot \frac{D}{2} - F_r \cdot L_2}{L_1 + L_2} = \frac{-3.331,57 \cdot \frac{0,18091}{2} - 3.545,39 \cdot 0,09}{0,3 + 0,09} = -1.590,878 \text{ N } (-Y)$$

$$R_{Cy} = R_{Ay} - F_r = -1.590,878 - 3.545,39 = -5.136,268 \text{ N } (-Y)$$

○ **Moments flectors tram A-B (0 < X <= 0,3):**

$$M_z(x) = R_{Ay} \cdot x$$

$$M_{zA} = R_{Ay} \cdot 0 = 0 \text{ Nm}$$

$$M_{zB\_esquerra} = R_{Ay} \cdot L_1 = -1.590,878 \cdot 0,3 = -477,263 \text{ Nm}$$

○ **Moments flectors tram B-C (0,3 <= X < 0,39):**

$$M_z(x) = R_{Ay} \cdot x + F_a \cdot \frac{D}{2} + F_r \cdot (x - L_1)$$

$$M_{zB\_dreta} = R_{Ay} \cdot L_1 - F_a \cdot \frac{D}{2} = -1.590,878 \cdot 0,3 - 3.331,57 \cdot \frac{0,18091}{2} = -175,906 \text{ Nm}$$

$$M_C = R_{Ay} \cdot (L_1 + L_2) + F_a \cdot \frac{D}{2} + F_r \cdot L_1 =$$

$$-1.590,878 \cdot (0,3 + 0,09) + 3.331,57 \cdot \frac{0,18091}{2} + 3.545,39 \cdot 0,09 = 0 \text{ Nm}$$

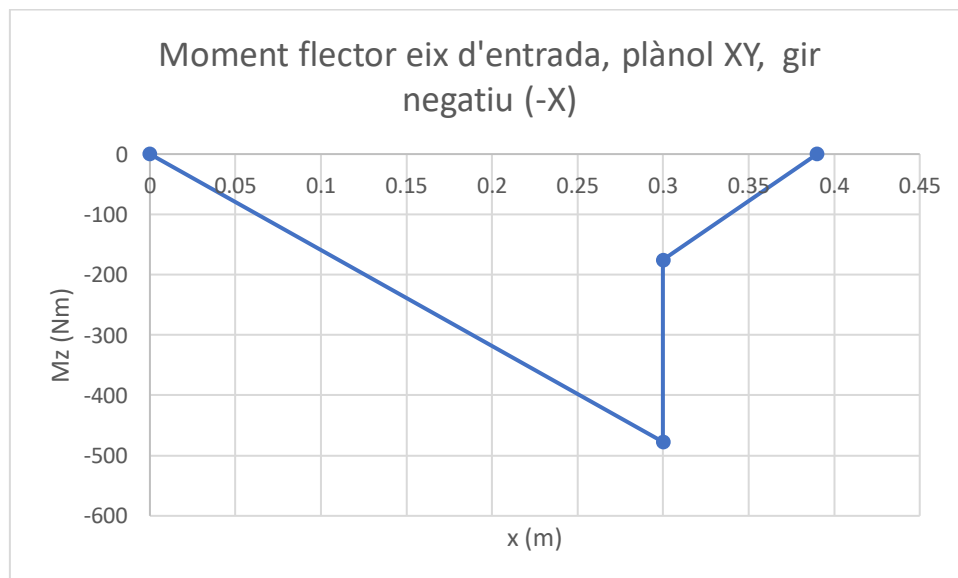


Figura 58. Moment flector eix d'entrada, plànol XY, gir negatiu (-X)

Com que el sentit de les forces tangencials dels engranatges no canvia, els moments flectors del plànol XZ no canvien ni en mòdul ni en valor, pel que no cal tornar a calcular-los.



- **Moment total:**

$$M_{TA} = \sqrt{M_{zA}^2 + M_{yB}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Nm}$$

$$M_{TB\_esquerra} = \sqrt{M_{zB\_esquerra}^2 + M_{yB}^2} = \sqrt{(-477,263)^2 + (633,699)^2} = 793,319 \text{ Nm}$$

$$M_{TB\_dreta} = \sqrt{M_{zB\_dreta}^2 + M_{yB}^2} = \sqrt{(-175,906)^2 + (633,699)^2} = 657,661 \text{ Nm}$$

$$M_{TC} = \sqrt{M_{zC}^2 + M_{yB}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Nm}$$

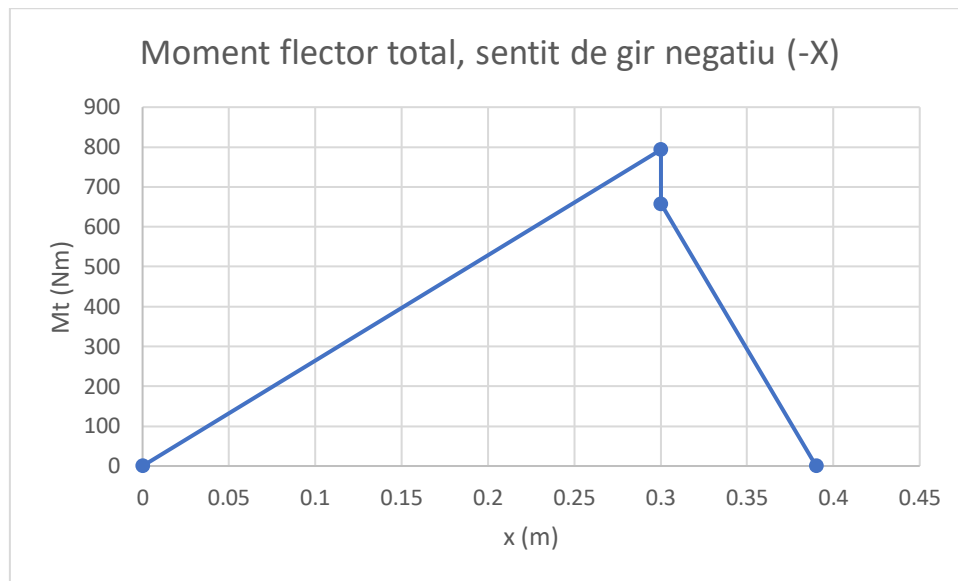


Figura 59. Moment flector total eix d'entrada, sentit de gir negatiu (-X)

Amb els valor total dels moments a cada secció per a cada sentit de gir ja es pot determinar quina és la secció més sol·licitada de l'eix. En aquest cas, es pot veure que és tracta de la secció on va muntat l'eix, la secció B. Per tant, el diàmetre que assegure el compliment del coeficient de seguretat a B, aquest és  $X = 8$ , complirà per a qualsevol punt de l'eix. El diàmetre es calcula aplicant les equacions 53 i 58 de la memòria i el moment en Nmm.

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{B\_dreta} \cdot X}{\pi \cdot k_a \cdot \left(\frac{d}{7,62}\right)^{-0,1} \cdot k_e \cdot k_x \cdot \frac{S_e}{k_f}}}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 793,319 \cdot 8}{\pi \cdot 0,87 \cdot \left(\frac{d}{7,62}\right)^{-0,1} \cdot 0,814 \cdot 1 \cdot \frac{560}{2}}} = 74,254 \text{ mm}$$

### Eix intermedi

Les forces a l'eix intermedi són:

$$F_{t1} = \frac{T}{D/2} = \frac{827,97Nm}{0,18091m/2} = 9.153,4 N$$

$$F_{r1} = F_{t1} \cdot \tan(\alpha_t) = 9.153,4N \cdot \tan(21,2^\circ) = 3.545,39N$$

$$F_{a1} = F_{t1} \cdot \tan(\beta) = 9.153,4N \cdot \tan(20^\circ) = 3.331,57 N$$

$$F_{t2} = \frac{T}{D/2} = \frac{827,97Nm}{0,20219m/2} = 16.861,88 N$$

$$F_{r2} = F_{t2} \cdot \tan(\alpha_t) = 9.153,4N \cdot \tan(21,2^\circ) = 6.531,09 N$$

$$F_{a2} = F_{t2} \cdot \tan(\beta) = 9.153,4N \cdot \tan(20^\circ) = 6.137,22 N$$

El sentit de la força axial variarà depenent del sentit de gir de l'eix, tal i com es mostra a les figures 5 i 7 de la memòria. Per altra banda, les distàncies entre els elements de l'eix d'entrada es detallen a la figura 9. Amb aquestes dades, ja es pot calcular les reaccions i els moments flectors per a l'eix en ambdós sentits.

### Sentit de gir positiu (-X)

#### - Plànol XY:

##### ○ Reaccions:

$$R_{Ay} = \frac{-F_{a2} \cdot \frac{D_2}{2} - F_{r2} \cdot (L_2 + L_3) + F_{a1} \cdot \frac{D_1}{2} + F_{r1} \cdot L_3}{L_1 + L_2 + L_3} =$$

$$\frac{-6.137,22 \cdot \frac{0,20219}{2} - 6.531,09 \cdot (0,1595 + 0,09) + 3.331,57 \cdot \frac{0,37246}{2} + 3.545,39 \cdot 0,09}{0,1405 + 0,1595 + 0,09} =$$

$$= -3.360,066 N (-Y)$$

$$R_{Dy} = -R_{Ay} - F_{r2} + F_{r1} = 3.360,066 - 6.531,09 + 3.545,39 = 374,366 N (-Y)$$

##### ○ Moments flectors tram A-B (0 < X <= 0,1405):

$$M_z(x) = R_{Ay} \cdot x$$

$$M_{zA} = R_{Ay} \cdot 0 = 0 Nm$$

$$M_{zB\_esquerra} = R_{Ay} \cdot L_1 = -3.360,066 \cdot 0,1405 = -472,089 Nm$$

##### ○ Moments flectors tram B-C (0,1405 <= X < 0,3):

$$M_z(x) = R_{Ay} \cdot x + F_{a2} \cdot \frac{D_2}{2} + F_{r2} \cdot (x - L_1)$$

$$M_{zB\_dreta} = R_{Ay} \cdot L_1 + F_{a2} \cdot \frac{D_2}{2} = -3.360,066 \cdot 0,1405 + 6.531,09 \cdot \frac{0,20219}{2}$$

$$= -148,353 Nm$$

$$M_{zC\_esquerra} = R_{Ay} \cdot (L_1 + L_2) + F_{a2} \cdot \frac{D_2}{2} + F_{r2} \cdot L_2 =$$

$$-3.360,066 \cdot (0,1405 + 0,1595) + 6.531,09 \cdot \frac{0,20219}{2} + 6.531,09 \cdot 0,1595 = 654,131 \text{ Nm}$$

- **Moments flectors tram C-D (0,3 <= X <= 0,39):**

$$M_{zC\_dreta} = R_{Ay} \cdot (L_1 + L_2) + F_{a2} \cdot \frac{D_2}{2} + F_{r2} \cdot L_2 - F_{a1} \cdot \frac{D_1}{2} =$$

$$-3.360,066 \cdot (0,1405 + 0,1595) + 6.531,09 \cdot \frac{0,20219}{2} + 6.531,09 \cdot 0,1595 - 3.331,57$$

$$\cdot \frac{0,37246}{2} = 33,693 \text{ Nm}$$

$$M_{zD} = R_{Ay} \cdot (L_1 + L_2 + L_3) + F_{a2} \cdot \frac{D_2}{2} + F_{r2} \cdot (L_2 + L_3) - F_{a1} \cdot \frac{D_1}{2} - F_{r1} \cdot L_3 =$$

$$-3.360,066 \cdot (0,1405 + 0,1595 + 0,09) + 6.531,09 \cdot \frac{0,20219}{2} + 6.531,09 \cdot (0,1595 + 0,09)$$

$$- 3.331,57 \cdot \frac{0,37246}{2} - 3.545,39 \cdot 0,09 = 0 \text{ Nm}$$

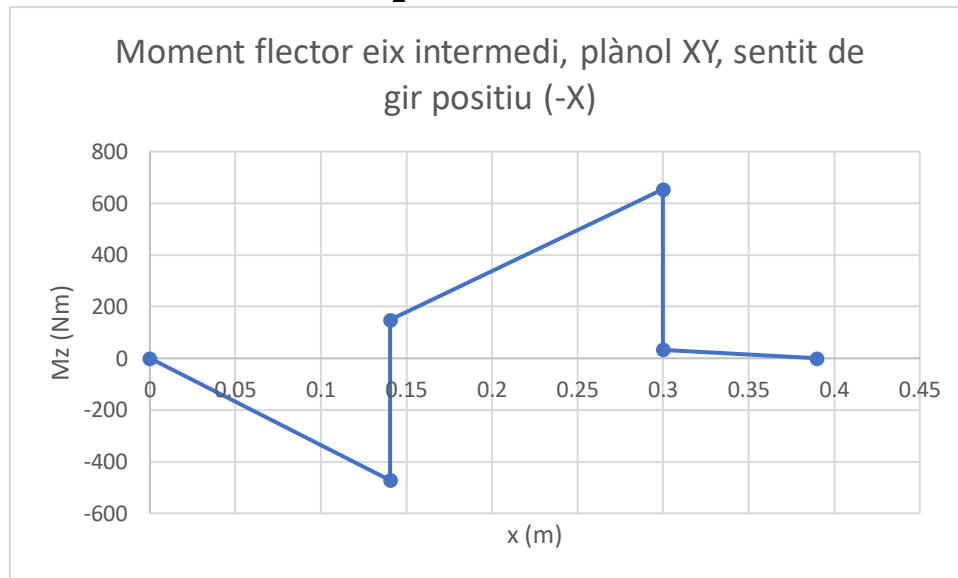


Figura 60. Moment flector a l'eix intermedi, plànol XY, sentit de gir positiu (-X)

- **Plànol XZ:**

- **Reaccions:**

$$R_{Az} = \frac{-F_{t2} \cdot (L_2 + L_3) + F_{t1} \cdot L_3}{L_1 + L_2 + L_3} =$$

$$\frac{-16.861,88 \cdot (0,1595 + 0,09) + 9.153,43 \cdot 0,09}{0,1405 + 0,1595 + 0,09}$$

$$= -12.899,61 (+Z)$$

$$R_{Dz} = -R_{Az} - F_{t2} + F_{t1} = 12.899,61 - 16.861,88 + 9.153,43 = -13.155,7 \text{ N (+Z)}$$

- **Moments flectors tram A-B ( $0 < X \leq 0,1405$ ):**

$$M_z(x) = R_{Ay} \cdot x$$

$$M_{yA} = R_{Az} \cdot 0 = 0 \text{ Nm}$$

$$M_{yB} = R_{Az} \cdot L_1 = -12.899,61 \cdot 0,1405 = -1.812,395 \text{ Nm}$$

- **Moments flectors tram B-C ( $0,1405 \leq X < 0,3$ ):**

$$M_z(x) = R_{Az} \cdot x + F_{t2} \cdot (x - L_1)$$

$$M_{zC} = R_{Az} \cdot (L_1 + L_2) + F_{t2} \cdot L_2 =$$

$$-12.899,61 \cdot (0,1405 + 0,1595) + 16.861,88 \cdot 0,1595 = -1.180,413 \text{ Nm}$$

- **Moments flectors tram C-D ( $0,3 \leq X \leq 0,39$ ):**

$$M_{zD} = R_{Az} \cdot (L_1 + L_2 + L_3) + F_{t2} \cdot (x - L_1) + F_{t1} \cdot (x - L_1 - L_2) =$$

$$-12.899,61 \cdot (0,1405 + 0,1595 + 0,09) + 16.861,88 \cdot 0,09 = 0 \text{ Nm}$$

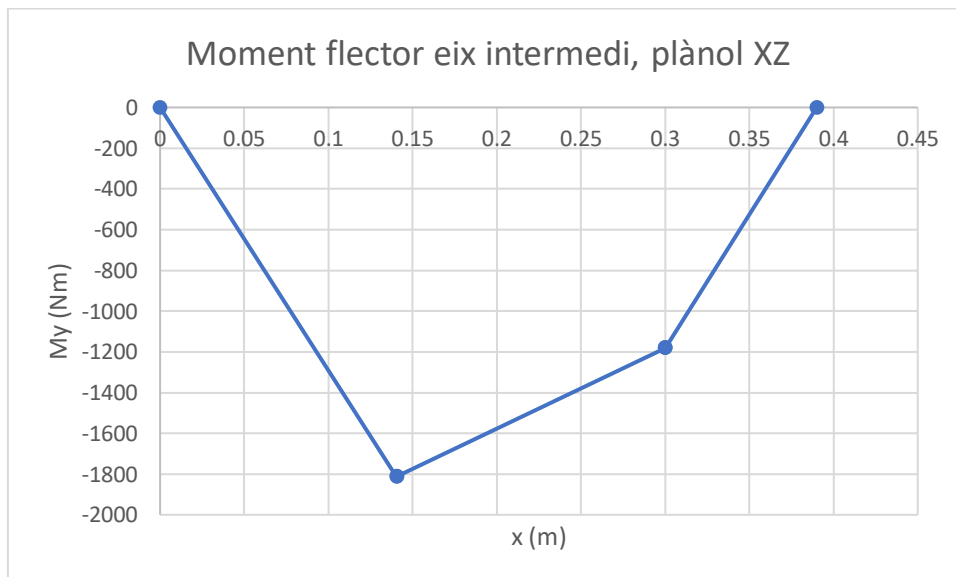


Figura 61. Moment flector a l'eix intermedi, plànol XZ

- **Moment total:**

$$M_{Ti} = \sqrt{M_{zi}^2 + M_{yi}^2}$$

$$M_{TA} = \sqrt{M_{zA}^2 + M_{yB}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Nm}$$

$$M_{TB\_esquerra} = \sqrt{M_{zB\_esquerra}^2 + M_{yB}^2} = \sqrt{(-472,089)^2 + (-1.812,395)^2} = 1.872,871 \text{ Nm}$$

$$M_{TB\_dreta} = \sqrt{M_{zB\_dreta}^2 + M_{yB}^2} = \sqrt{(-148,353)^2 + (-1.812,395)^2} = 1.818,457 \text{ Nm}$$

$$M_{TC\_esquerra} = \sqrt{M_{zC\_esquerra}^2 + M_{yC}^2} = \sqrt{(654,131)^2 + (-1.810,413)^2} = 1.349,542 \text{ Nm}$$

$$M_{TC\_dreta} = \sqrt{M_{zC\_dreta}^2 + M_{yC}^2} = \sqrt{(33,693)^2 + (-1.810,413)^2} = 1.180,894 \text{ Nm}$$

$$M_{TD} = \sqrt{M_{zD}^2 + M_{yD}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Nm}$$

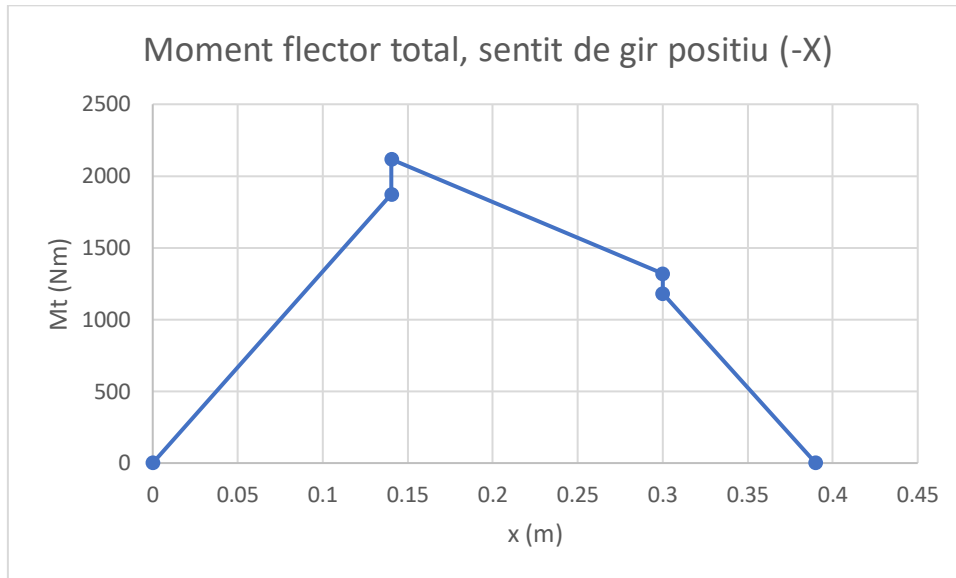


Figura 62. Moment flector total a l'eix intermedi, sentit de gir positiu (-X)

### Sentit de gir negatiu (+X)

#### - Plànol XY:

##### ○ Reaccions:

$$R_{Ay} = \frac{+F_{a2} \cdot \frac{D_2}{2} - F_{r2} \cdot (L_2 + L_3) - F_{a1} \cdot \frac{D_1}{2} + F_{r1} \cdot L_3}{L_1 + L_2 + L_3} =$$

$$\frac{+6.137,22 \cdot \frac{0,20219}{2} - 6.531,09 \cdot (0,1595 + 0,09) - 3.331,57 \cdot \frac{0,37246}{2} + 3.545,39 \cdot 0,09}{0,1405 + 0,1595 + 0,09} =$$

$$= -3.360,06 \text{ N } (-Y)$$

$$R_{Dy} = -R_{Ay} - F_{r2} + F_{r1} = 3.360,066 - 6.531,09 + 3.545,39 = 374,366 \text{ N } (+Y)$$

##### ○ Moments flectors tram A-B (0 < X <= 0,1405):

$$M_z(x) = R_{Ay} \cdot x$$

$$M_{zA} = R_{Ay} \cdot 0 = 0 \text{ Nm}$$

$$M_{zB\_esquerra} = R_{Ay} \cdot L_1 = -3.360,066 \cdot 0,1405 = -472,089 \text{ Nm}$$

- **Moments flectors tram B-C (0,1405 ≤ x < 0,3):**

$$M_z(x) = R_{Ay} \cdot x - F_{a2} \cdot \frac{D_2}{2} + F_{r2} \cdot (x - L_1)$$

$$M_{zBdreta} = R_{Ay} \cdot L_1 - F_{a2} \cdot \frac{D_2}{2} = -3.360,066 \cdot 0,1405 - 6.531,09 \cdot \frac{0,20219}{2} \\ = -1092,529 \text{ Nm}$$

$$M_{zC_esquerra} = R_{Ay} \cdot (L_1 + L_2) - F_{a2} \cdot \frac{D_2}{2} + F_{r2} \cdot L_2 = \\ -3.360,066 \cdot (0,1405 + 0,1595) - 6.531,09 \cdot \frac{0,20219}{2} + 6.531,09 \cdot 0,1595 \\ = -586,747 \text{ Nm}$$

- **Moments flectors tram C-D (0,3 ≤ x ≤ 0,39):**

$$M_{zC_dreta} = R_{Ay} \cdot (L_1 + L_2) - F_{a2} \cdot \frac{D_2}{2} + F_{r2} \cdot L_2 + F_{a1} \cdot \frac{D_1}{2} = \\ -3.360,066 \cdot (0,1405 + 0,1595) - 6.531,09 \cdot \frac{0,20219}{2} + 6.531,09 \cdot 0,1595 + 3.331,57 \\ \cdot \frac{0,37246}{2} = 33,691 \text{ Nm}$$

$$M_{zD} = R_{Ay} \cdot (L_1 + L_2 + L_3) - F_{a2} \cdot \frac{D_2}{2} + F_{r2} \cdot (L_2 + L_3) + F_{a1} \cdot \frac{D_1}{2} - F_{r1} \cdot L_3 = \\ -3.360,066 \cdot (0,1405 + 0,1595 + 0,09) - 6.531,09 \cdot \frac{0,20219}{2} + 6.531,09 \cdot (0,1595 + 0,09) \\ + 3.331,57 \cdot \frac{0,37246}{2} - 3.545,39 \cdot 0,09 = 0 \text{ Nm}$$

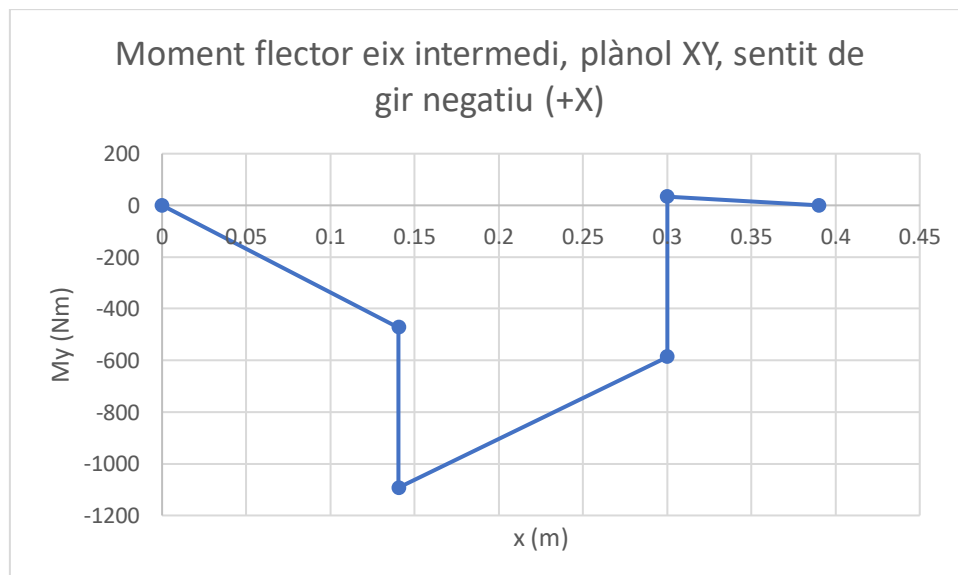


Figura 63. Moment flector eix intermedi, plànol XY, sentit de gir negatiu (+X)

- **Moment total:**

$$M_{Ti} = \sqrt{M_{zi}^2 + M_{yi}^2}$$

$$M_{TA} = \sqrt{M_{zA}^2 + M_{yB}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Nm}$$

$$M_{TB\_esquerra} = \sqrt{M_{zB\_esquerra}^2 + M_{yB}^2} = \sqrt{(-472,089)^2 + (-1.812,395)^2} = 1.872,871 \text{ Nm}$$

$$M_{TB\_dreta} = \sqrt{M_{zB\_dreta}^2 + M_{yB}^2} = \sqrt{(-1.092,529)^2 + (-1.812,395)^2} = 1.818,457 \text{ Nm}$$

$$M_{TC\_esquerra} = \sqrt{M_{zC\_esquerra}^2 + M_{yC}^2} = \sqrt{(-586,747)^2 + (-1.810,413)^2} = 1.349,542 \text{ Nm}$$

$$M_{TC\_dreta} = \sqrt{M_{zC\_dreta}^2 + M_{yC}^2} = \sqrt{(33,691)^2 + (-1.810,413)^2} = 1.180,894 \text{ Nm}$$

$$M_{TD} = \sqrt{M_{zD}^2 + M_{yD}^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0 \text{ Nm}$$

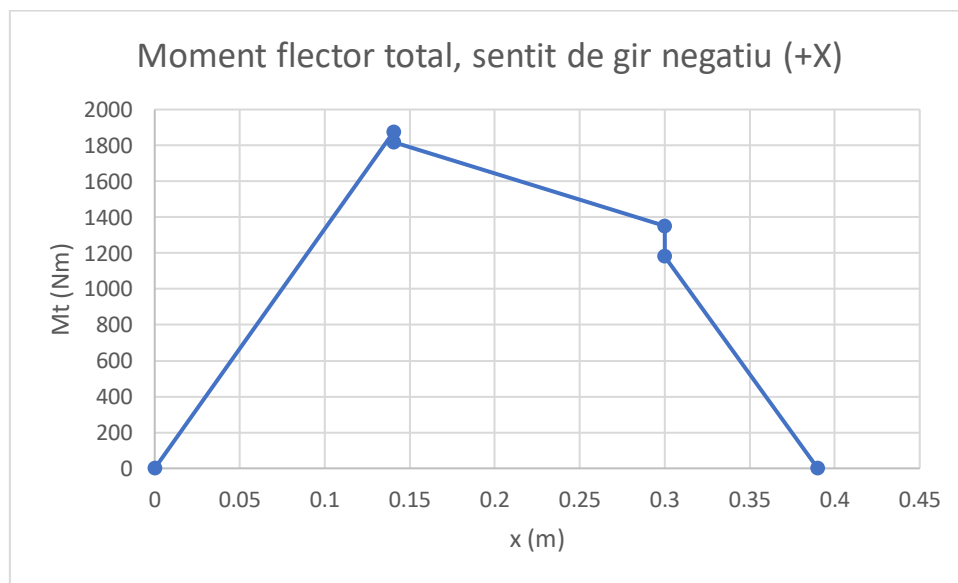


Figura 64. Moment flector total, sentit de gir negatiu (+X)

La secció més sol·licitada de l'eix intermedi és la B. Per a un coeficient de seguretat X =

8:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{B\_dreta} \cdot X}{\pi \cdot k_a \cdot \left(\frac{d}{7,62}\right)^{-0,1} \cdot k_e \cdot k_x \cdot \frac{S_e}{k_f}}}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 1.180,894 \cdot 8}{\pi \cdot 0,87 \cdot \left(\frac{d}{7,62}\right)^{-0,1} \cdot 0,814 \cdot 1 \cdot \frac{560}{2}}} = 104,149 \text{ mm}$$

**Coefficient de seguretat seccions crítiques B' i C'**

- **Per a la secció crítica B':**

$$k_a = 1,58 \cdot 1.120^{-0,086} = 0,86991$$

$$k_b = \left(\frac{112,5}{7,62}\right)^{-0,1} = 0,764$$

$$k_e = 0,814$$

$$r/d = 0,03$$

$$D/d = 1,06$$

Amb aquestos valors, de la taula X s'obté un valor de  $K_t = 2,2$

$$\alpha = \frac{7500}{(1.120 + 210)^{1,92}} = 0,075$$

$$q = \frac{1}{1 + \frac{0,075}{3,75}} = 0,98$$

$$q = \frac{k_f - 1}{k_t - 1} = 0,98 = \frac{k_f - 1}{2,2 - 1}$$

$$k_f = 2,17$$

$$S'_e = 1.120 \cdot 0,5 = 560 \text{ MPa}$$

$$S_e = 0,86991 \cdot 0,7866 \cdot 0,814 \cdot \frac{560}{2,17} = 143,74 \text{ MPa}$$

Per altra banda, el valor del moment flector a la secció crítica és:

$$M_{B'} = 759.814,53 \text{ Nmm}$$

Coneixent aquests valors, el valor del coeficient de seguretat per a la secció B' és:

$$X_{B'} = \frac{143,74 \cdot \pi \cdot 112,5^3}{32 \cdot 759.814,53} = 25,61$$

- **Per a la secció crítica C':**

$$k_b = \left(\frac{105}{7,62}\right)^{-0,1} = 0,7692$$

La resta de coeficients de correcció no depenen del diàmetre i, per tant, no canvien.

$$r/d = 0,019$$

$$D/d = 1,07$$

Amb aquestos valors, de la taula X s'obté un valor de  $K_t = 2,4$



$$\alpha = \frac{7500}{(1.120 + 210)^{1,92}} = 0,075$$

$$q = \frac{1}{1 + \frac{0,075}{2}} = 0,9636$$

$$q = \frac{k_f - 1}{k_t - 1} = 0,98 = \frac{k_f - 1}{2,2 - 1}$$

$$k_f = 2,34$$

$$S_e = 0,86991 \cdot 0,8011 \cdot 0,814 \cdot \frac{560}{2,34} = 135,75 \text{ MPa}$$

El valor del moment flector a la secció crítica C' presenta un valor de:

$$M_{C'} = 1.456.991,36 \text{ Nmm}$$

Per la qual cosa, el valor del coeficient de seguretat per a la secció C' és:

$$X_{C'} = \frac{135,75 \cdot \pi \cdot 105^3}{32 \cdot 1.456.991,36} = 10,13$$

### 3.3. Deflexió

Es mostra els resultats del càlcul de la deflexió per al sentit de gir negatiu (-X) i per al pla vertical (XY). La deflexió més desfavorable, en sentit de gir positiu (+X), es mostra a la memòria. La deflexió al pla horitzontal no varia amb el sentit de gir, pel que no es mostren ací.

#### Eix d'entrada

Sección (i)	Cotas de Secciones (m)	Diametro entre i e i+1 (m)	Fuerza en Sección (N)	Momento en Sección (N·m)	Diagrama de momentos		Deformación angular (rad)	Deflexión (m)
					anterior (N·m)	posterior (N·m)		
1	-0,03100	0,07500	0,00	0,00	0,00	0,00	7,49E-06	-2,321E-07
2	0,00000	0,07500	-45,46	0,00	0,00	0,00	7,49E-06	0,000E+00
3	0,10000	0,07500	0,00	-4,55	-2,65	1,89	7,89E-06	7,623E-07
4	0,20000	0,07500	0,00	-9,90	-0,76	9,14	7,72E-06	1,536E-06
5	0,30000	0,07500	3545,39	-314,99	6,48	321,47	5,33E-06	2,182E-06
6	0,39000	0,07500	-3499,93	0,00	0,00	0,00	-3,90E-05	0,000E+00
7	0,42300	0,07500	0,00	0,00	0,00	0,00	-3,90E-05	-1,288E-06

Figura 65. Full de càlcul deflexió a les diferents seccions de l'eix d'entrada, sentit de gir (-X)

## Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

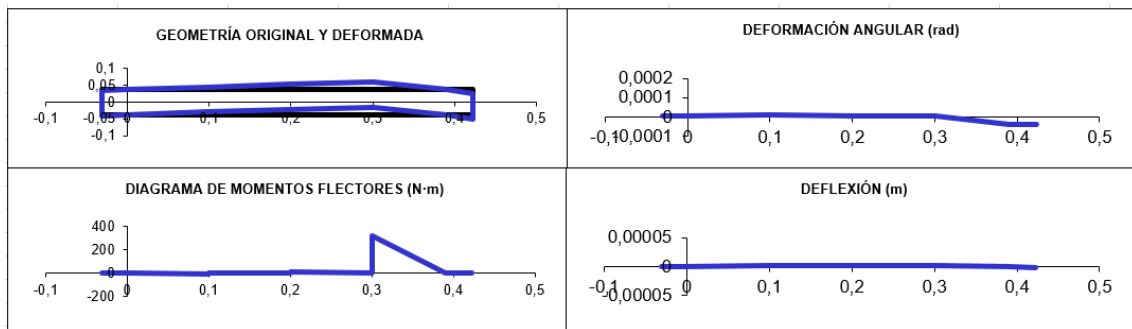


Figura 66. Diagrames de deflexió de l'eix d'entrada, sentit de gir (-X)

### Eix intermedi

Secció (i)	Cotas de Secciones (m)	Diametro entre i e i+1 (m)	Fuerza en Sección (N)	Momento en Sección (N·m)	Diagrama de momentos		Deformación angular (rad)	Deflexión (m)
					anterior (N·m)	posterior (N·m)		
1	-0,02175	0,12000	0,00	0,00	0,00	0,00	9,13E-06	-1,986E-07
2	0,00000	0,12000	-3360,05	0,00	0,00	0,00	9,13E-06	0,000E+00
3	0,05700	0,11250	0,00	-191,52	-189,44	2,08	1,17E-05	5,684E-07
4	0,14050	0,11250	6531,09	-1092,53	-275,43	817,10	1,86E-05	1,733E-06
5	0,25300	0,10500	0,00	-735,79	-291,54	444,25	6,63E-07	2,106E-06
6	0,30000	0,10500	-3545,39	-586,75	-18,92	567,83	-7,31E-06	1,882E-06
7	0,39000	0,10500	374,35	0,00	0,00	0,00	-2,77E-05	0,000E+00
8	0,41650	0,10500	0,00	0,00	0,00	0,00	-2,7707E-05	-7,342E-07
9					-59,45	575,26	0,000107345	-2,295E-06

Figura 67. Full de càlcul deflexió a les diferents seccions de l'eix intermedi, sentit de gir (+X)

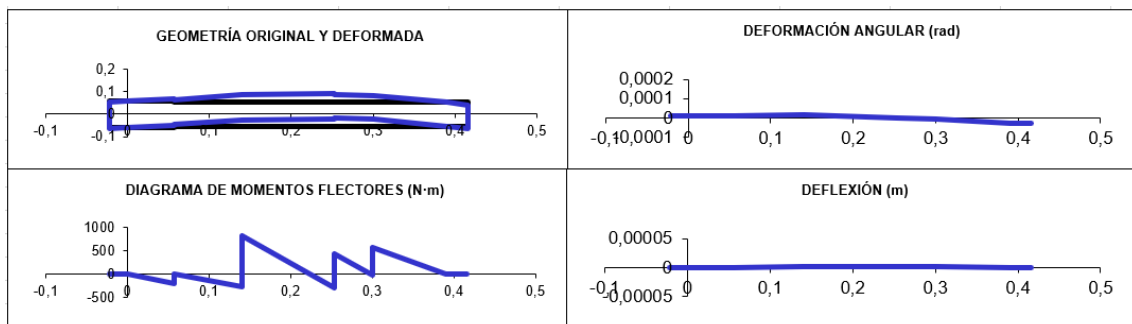


Figura 68. Diagrames de deflexió de l'eix intermedi, sentit de gir (+X)

### 3.4 Càlcul eix d'eixida

#### Influència de les masses en moviment:

Per al càlcul de la massa del disc de fre, es considerarà aquest com un disc massís d'acer. Aquesta és una simplificació acceptable, ja que la diferència de pes que s'obindrà respecte del càlcul amb el seu volum real és menyspreable front al pes de la reductora. La massa s'obté calculant el seu volum i multiplicant-ho per la densitat del material de fabricació. Es defineixen un diàmetre de 0,325 metres, una grossària de 0,01 metres i una densitat de 7.350 kg/m<sup>3</sup> (densitat per a la fosa grisa). Queda:

$$V_f = \pi \cdot \frac{0,325^2}{4} \cdot 0,01 = 829,58 \cdot 10^{-6} m^3$$

$$m_f = 829,58 \cdot 10^{-6} \cdot 7.350 = 6,097 \text{ kg}$$

Quant a la reductora, el seu volum és de:

$$V_R = 0,882 \cdot 0,451 \cdot 0,430 = 0,17 \text{ m}^3$$

Mentre que el volum de l'eix d'entrada i de l'eix intermedi és:

$$V_{e\_en} = \frac{\pi}{4} \cdot 0,89 \cdot 0,075^2 = 3,932 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V_{e\_int} = \frac{\pi}{4} \cdot [0,0785 \cdot 0,12^2 + 0,1951 \cdot 0,1125^2 + 0,1644 \cdot 0,105^2] = 4,25 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

A més a més, els engranatges de les dues etapes tenen un volum:

$$V_{p1} = \frac{\pi}{4} \cdot (0,2009^2 - 0,075^2) \cdot 0,094 = 2,56 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V_{r1} = \frac{\pi}{4} \cdot (0,3977^2 - 0,105^2) \cdot 0,094 = 10,86 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V_{p2} = \frac{\pi}{4} \cdot (0,2205^2 - 0,1125^2) \cdot 0,177 = 4,99 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V_{r2} = \frac{\pi}{4} \cdot 0,4289^2 \cdot 0,177 = 25,57 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V_{Teng} = (2,56 + 10,86 + 4,99 + 25,57) \cdot 10^{-3} = 43,98 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

El pes dels eixos i els engranatges, fets d'acer 42CrMo4 de densitat 7.800 kg/m<sup>3</sup>, dona un pes:

$$m_{acer} = (3,932 + 4,25 + 43,98) \cdot 10^{-3} \cdot 7.800 = 406,864 \text{ kg}$$

Per altra banda, la carcassa de la reductora està feta de fosa grisa, de densitat 7.200 kg/m<sup>3</sup>, i una grossària de 5mm. Açò suposa un volum i un pes de:

$$\begin{aligned} V_{carcassa} &= (0,88 \cdot 0,39 \cdot 0,43) - [(0,88 - 0,01) \cdot (0,39 - 0,01) \cdot (0,43 - 0,01)] \\ &= 8,724 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \end{aligned}$$

$$m_{carcassa} = 8,724 \cdot 10^{-3} \cdot 7.800 = 62,81 \text{ kg}$$

Per simplificar els càlculs se suposarà que el pes del lubricant és menyspreable front al pes total del reductor. Per tant, el pes total de la reductora s'obté de sumar el pes dels eixos, dels engranatges i de la carcassa:

$$m_r = 406,864 + 62,81 = 469,674 \text{ kg}$$

D'aquesta manera, queda que:  $m_2$  és igual a la suma de la massa de la reductora més el disc de fre, i que la  $m_1$  és la massa total,  $m_1 + m_2$ , menys la massa de reductora i disc de fre.

$$m_2 = m_r + m_f = 469,674 + 6,097 = 475,771 \text{ kg}$$

$$m_1 = (m_1 + m_2) - m_2 = 3.375 - 475,771 = 2.899,229 \text{ kg}$$

Coneixent el valor de  $m_1$ , es calcula el valor dels diferents paràmetres. L'expressió d'aquests paràmetres es pot trobar a la figura 24 de la memòria.

$$P_1 = \left(0,625 + 0,0875 \cdot \frac{1}{1}\right) \cdot 2.899,229 \cdot 9,81 = 20.264,52 \text{ N}$$

$$P_2 = \left(0,626 - 0,0875 \cdot \frac{1}{1}\right) \cdot 2.899,229 \cdot 9,81 = 15.287,27 \text{ N}$$

$$Y_1 = 0,35 \cdot 2.899,229 \cdot 9,81 = 9.954,50 \text{ N}$$

$$Y_2 = 0,175 \cdot 2.899,229 \cdot 9,81 = 4.977,25 \text{ N}$$

$$H = Y_1 - Y_2 = 4.977,25 \text{ N}$$

$$F_r = 483,93 \cdot 9,81 = 4.747,35 \text{ N}$$

$$F_f = 6,097 \cdot 9,81 = 59,81 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{1}{1,5} \cdot [20.264,52 \cdot (1 + 0,75) - 15.287,27 \cdot (1 - 0,75) + (9.954,5 - 4.977,25) \cdot 0,325 \\ &\quad - [4.747,35 \cdot (2 \cdot 0,75 - 0,65) + 59,81 \cdot (2 \cdot 0,75 - 1,35)]] \\ &= 18.702,67 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_2 &= \frac{1}{1,5} \cdot [15.287,27 \cdot (1 + 0,75) - 20.264,52 \cdot (1 - 0,75) - (9.954,5 - 4.977,25) \cdot 0,325 \\ &\quad - [4.747,35 \cdot 0,65 + 59,81 \cdot 1,35]] = 11.867,15 \text{ N} \end{aligned}$$

- $Y = 0,2 \text{ m}$  (secció entre els plànols de càrrega i els plànols de rodadura)

$$M_x = 20.264,229 \cdot 0,2 = 4.052,84 \text{ Nm}$$

- $Y = 1,8 \text{ m}$  (secció entre els plànols de càrrega i els plànols de rodadura)

$$M_x = 15.287,27 \cdot (2 - 1,8) = 3.057,45 \text{ Nm}$$

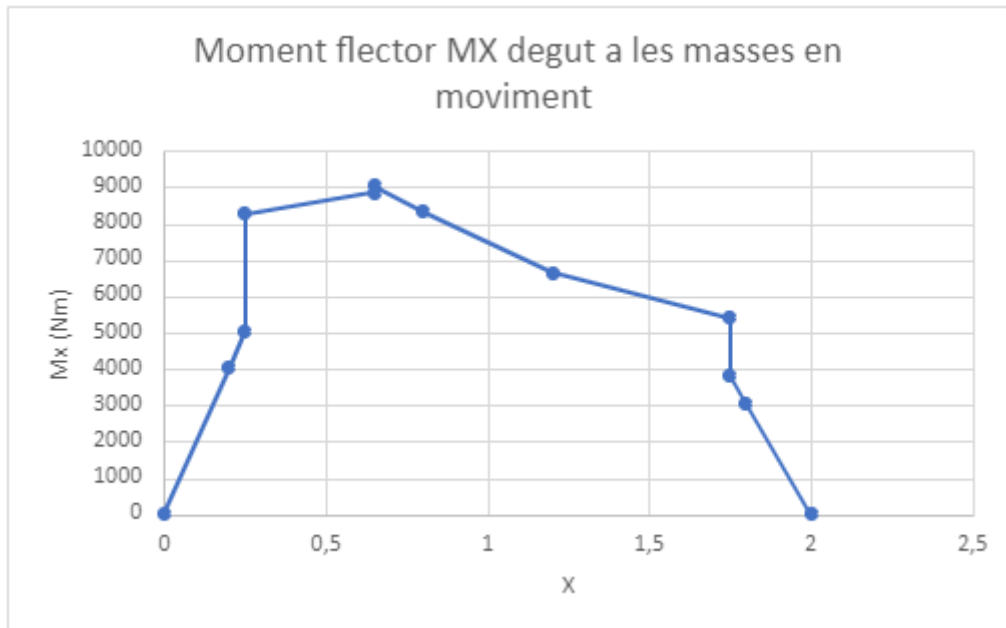


Figura 69. Moment flector MX degut a les masses en moviment

#### Forces de frenada

#### Càlcul del paràmetre $F_f$ :

$$\mu = \frac{0,33}{1 + 0,01 \cdot 100} = 0,165$$

Coneixent el valor del coeficient d'adherència i que el valor de la normal,  $N$ , és igual al pes que suporta l'eix, és a dir:

$$3375\text{kg} \cdot 9,81 = 33108,75 \text{ N}$$

Es pot calcular el valor de la força de frenat que suporta l'eix:

$$F_f = \frac{0,165 \cdot 33108,75 \cdot 325}{0,25 \cdot 162,5} = 43.703,55 \text{ N}$$

Coneixent la força de frenada i el radi de la força de frenada ja es possible establir el valor dels moments  $M'_x$ ,  $M'_y$  i  $M'_z$ :

#### Moment flector $M'_x$ :

- Entre el primer pla de càrrega i el disc:

- $Y = 0,2 \text{ m}$

$$M'_x = 43.703,55 \cdot 0,25 \cdot \frac{(1 + 0,75 - 1,35)}{2} \cdot 0,2 = 1.494,32 \text{ Nm}$$

- Entre el disc i el segon pla de càrrega:

- $Y = 1,8 \text{ m}$

$$M'_x = 43.703,55 \cdot 0,25 \cdot \frac{(1 - 0,75 + 1,8)}{2} \cdot (2 - 1,8) = 5.977,29 \text{ Nm}$$

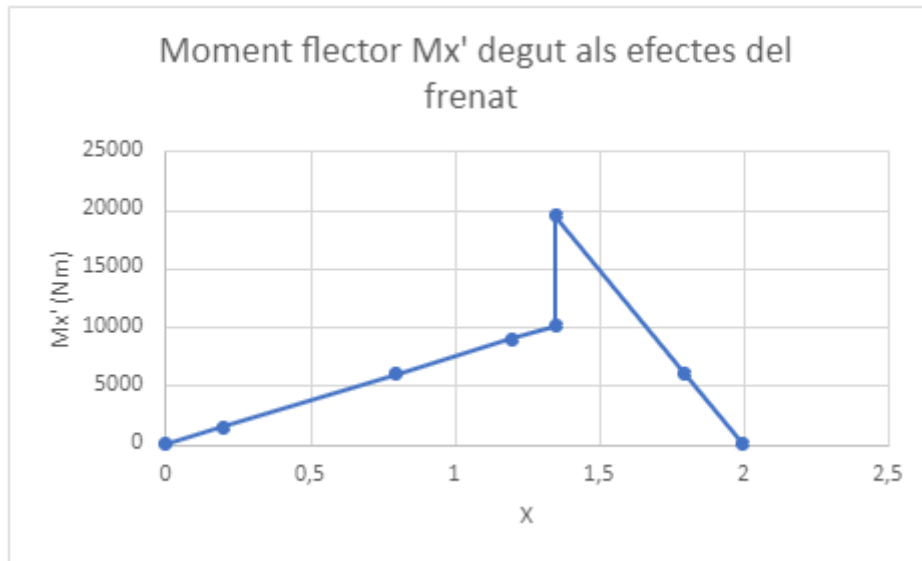


Figura 70. Moment flector Mx' degut als efectes del frenat

**Moment flector M'z:**

- Entre els plànols de càrrega i el cercle rodant:

- Y = 0,2 m

$$M'_z = \frac{1}{2} \cdot 43.703,55 \cdot 0,25 \cdot \frac{0,1625}{0,325} \cdot 0,2 = 466,97 \text{ Nm}$$

- Y = 1,8 m

$$M'_z = \frac{1}{2} \cdot 43.703,55 \cdot 0,25 \cdot \frac{0,1625}{0,325} \cdot (2 - 1,8) = 466,97 \text{ Nm}$$

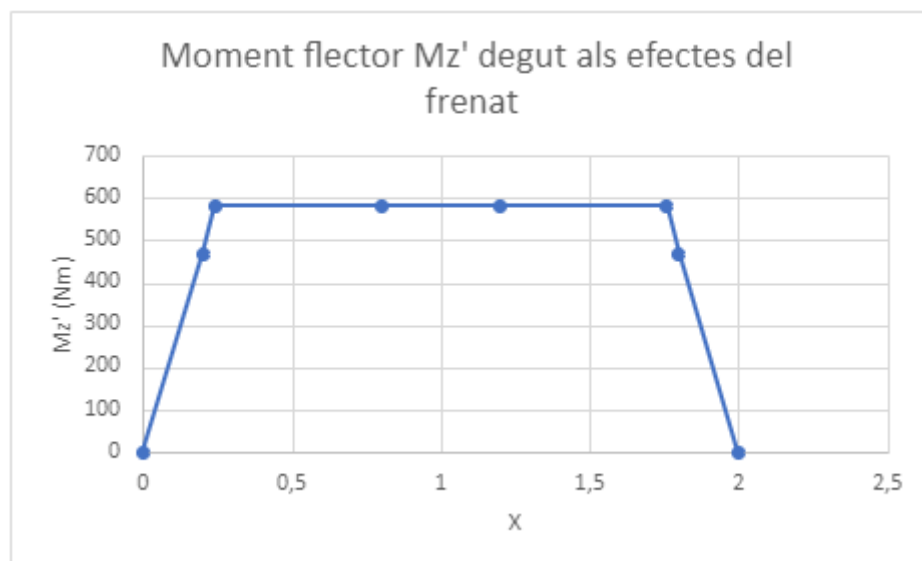


Figura 71. Moment flector Mz' degut als efectes del frenat

### Moment flector $M'_y$ :

- Entre els cercles rodants:
  - $Y = 0,2 \text{ m} = 1,8 \text{ m}$

$$M'_y = 0,3 \cdot 200 \cdot 0,325 = 19,5 \text{ Nm}$$

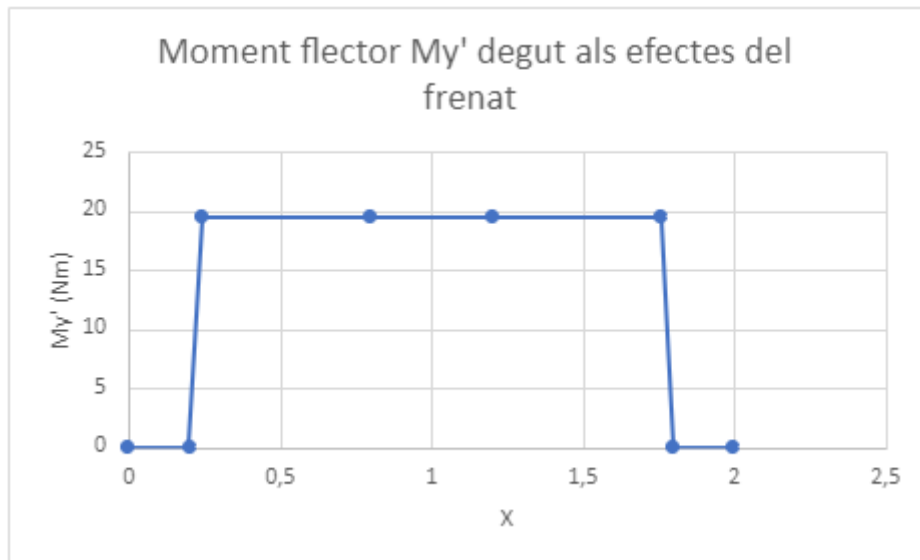


Figura 72. Moment flector  $M'_y$  degut als efectes del frenat

### Efectes produïts per la tracció

En el cas dels paràmetres d'aquest reductor, els valors que s'obtenen amb la taula 18 de la memòria són:

$$P_1 = 0,55 \cdot 2899,23 \cdot 9,81 = 15.642,8 \text{ N}$$

$$P_2 = 0,55 \cdot 2.899,23 \cdot 9,81 = 15.642,8 \text{ N}$$

$$Y_1 = 0,10 \cdot 2.899,23 \cdot 9,81 = 2.844,14 \text{ N}$$

$$Y_2 = 0,05 \cdot 2.899,23 \cdot 9,81 = 1.422,07 \text{ N}$$

$$H = 0,05 \cdot 2.899,23 \cdot 9,81 = 1.422,07 \text{ N}$$

### Càlcul del moment resultant

On  $M_X$ ,  $M_Z$  i  $M_Y$  són la suma dels moments originats per les masses en moviment i per la frenada del vehicle. El resultat d'aquestos sumatoris és:

- $Y = 0,2 \text{ m}$

$$MX_{0,2} = 4.032,98 + 1.494,32 = 5.527,3 \text{ Nm}$$

$$MZ_{0,2} = 466,98 \text{ Nm}$$

$$MY_{0,2} = 0 \text{ Nm}$$

- $Y = 1,8$

$$MX_{1,8} = 3.042,42 + 5.977,29 = 9.019,72 \text{ Nm}$$

$$MZ_{1,8} = 466,98 \text{ Nm}$$

$$MY_{1,8} = 0 \text{ Nm}$$

Amb aquestos valors, s'obté un moment resultat per a les quatre seccions crítiques de valor:

$$MR_{0,2} = \sqrt{5.527,3^2 + 466,98^2 + 0} = 5.546,9 \text{ Nm}$$

$$MR_{0,8} = \sqrt{15.031,59^2 + 583,72^2 + 19,5^2} = 15.042,93 \text{ Nm}$$

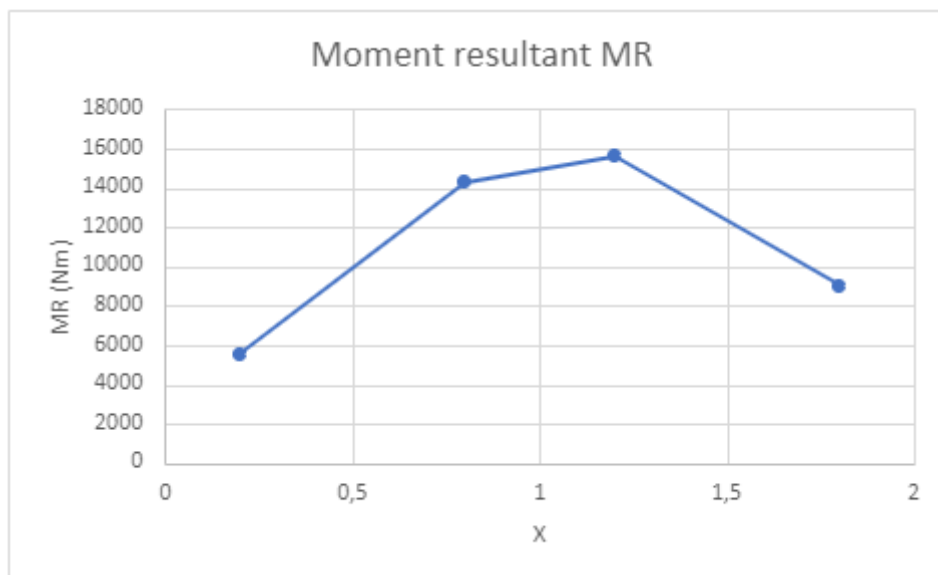


Figura 73. Moment resultant MR



### 3.5. Selecció dels rodaments

#### Eix d'entrada

- **Rodament A:**

• **Càlcul del paràmetre K:**

$$d_m = \frac{D + d}{2} = \frac{115 + 75}{2} = 95 \text{ mm}$$

$$v_1 = \frac{4.500}{\sqrt{D_M \cdot n}} = \frac{4.500}{\sqrt{95 \cdot 3.640}} = 7,849 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}}$$

$$K_{\text{CALC}} = \frac{N}{N_1} = \frac{665,14}{7,849} = 84,742 > > >$$

$$K_{\text{graf}} = 4$$

• **Càlcul de la càrrega dinàmica màxima:**

▪ **Sentit de gir (+X), extrem lliure:**

$$F_{\text{eq}} = F_r = 2.112,82 \text{ N}$$

$$\frac{\eta_c \cdot P_u}{F_{\text{eq}}} = \frac{0,5 \cdot 52.000}{2.112,82} = 12,31$$

$$a_{\text{iso}} = 50$$

$$C_{\text{nec}} = F_{\text{eq}} \cdot \sqrt[10]{\frac{L \cdot 60 \cdot n}{a_1 \cdot a_{\text{iso}} \cdot 10^6}} = 2.112,82 \cdot \sqrt[10]{\frac{219.000 \cdot 60 \cdot 3.460}{0,093 \cdot 50 \cdot 10^6}} = 33.260,43 \text{ N} < 286.000 \text{ N}$$

▪ **Sentit de gir (-X), extrem fix:**

$$\frac{F_{\text{ax}}}{F_r} = \frac{3.331,57}{2.644,4} = 1,26$$

$$F_{\text{eq}} = F_r + Y \cdot F_{\text{ax}} = 2.644,4 + 3,4 \cdot 3.331,57 = 13.971,73 \text{ N}$$

$$\frac{\eta_c \cdot P_u}{F_{\text{eq}}} = \frac{0,5 \cdot 52.000}{13.971,73} = 1,86$$

$$a_{\text{iso}} = 50$$

$$C_{\text{nec}} = F_{\text{eq}} \cdot \sqrt[10]{\frac{L \cdot 60 \cdot n}{a_1 \cdot a_{\text{iso}} \cdot 10^6}} = 13.971,73 \cdot \sqrt[10]{\frac{219.000 \cdot 60 \cdot 3.460}{0,093 \cdot 50 \cdot 10^6}} = 219.945,89 \text{ N} < 286.000 \text{ N}$$

- **Rodament C:**

- **Càlcul del paràmetre K:**

$$d_m = \frac{D + d}{2} = \frac{130 + 75}{2} = 102,5 \text{ mm}$$

$$v_1 = \frac{4.500}{\sqrt{D_M \cdot n}} = \frac{4.500}{\sqrt{102,5 \cdot 3.640}} = 7,556 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}}$$

$$K_{\text{CALC}} = \frac{N}{N_1} = \frac{665,14}{7,556} = 81,328 \gg \gg$$

$$K_{\text{graf}} = 4$$

- **Sentit de gir (+X), extrem fixe:**

$$\frac{F_{ax}}{F_r} = \frac{3.331,57}{7.862,99} = 0,424$$

$$F_{\text{eq}} = F_r + Y \cdot F_{ax} = 7.862,99 + 1,6 \cdot 3.331,57 = 13.193,5 \text{ N}$$

$$\frac{\eta_c \cdot P_u}{F_{\text{eq}}} = \frac{0,5 \cdot 49.000}{13.193,5} = 1,86$$

$$a_{\text{iso}} = 50$$

$$C_{\text{nec}} = F_{\text{eq}} \cdot \sqrt[10]{\frac{L \cdot 60 \cdot n}{a_1 \cdot a_{\text{iso}} \cdot 10^6}} = 13.193,5 \cdot \sqrt[10]{\frac{219.000 \cdot 60 \cdot 3.460}{0,093 \cdot 50 \cdot 10^6}} = 207.694,82 \text{ N} < 337.000 \text{ N}$$

- **Sentit de gir (-X), extrem lliure:**

$$F_{\text{eq}} = F_r = 8.715,41 \text{ N}$$

$$\frac{\eta_c \cdot P_u}{F_{\text{eq}}} = \frac{0,5 \cdot 49.000}{8.715,41} = 2,81$$

$$a_{\text{iso}} = 50$$

$$C_{\text{nec}} = F_{\text{eq}} \cdot \sqrt[10]{\frac{L \cdot 60 \cdot n}{a_1 \cdot a_{\text{iso}} \cdot 10^6}} = 8.715,41 \cdot \sqrt[10]{\frac{219.000 \cdot 60 \cdot 3.460}{0,093 \cdot 50 \cdot 10^6}} = 137.199,74 \text{ N} < 337.000 \text{ N}$$

**Eix intermedi**

- **Rodament A:**

- **Càlcul del paràmetre K:**

$$d_m = \frac{D + d}{2} = \frac{190 + 105}{2} = 147,5 \text{ mm}$$

$$v_1 = \frac{4.500}{\sqrt{D_M \cdot n}} = \frac{4.500}{\sqrt{147,5 \cdot 1.679,61}} = 9,04 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}}$$

$$K_{\text{CALC}} = \frac{N}{N_1} = \frac{665,14}{9,04} = 73,57 > > >$$

$$K_{\text{graf}} = 4$$

- Sentit de gir (+X), extrem lliure:

$$E_A = \frac{0,5 \cdot F_{rA}}{Y} = \frac{0,5 \cdot 13.330,04}{1,4} = 4.760,73 \text{ N}$$

$$E_D = \frac{0,5 \cdot F_{rD}}{Y} = \frac{0,5 \cdot 13.121,04}{1,4} = 4.686,09 \text{ N}$$

$$F_{\text{axial}_A} = F_{aA} = 4.760,73 \text{ N}$$

$$\frac{F_{\text{axial}_A}}{F_{RA}} = \frac{4.760,73}{13.330,04} = 0,36 < e$$

$$F_{eq} = 13.330,04 \text{ N}$$

$$\frac{\eta_c \cdot P_u}{F_{eq}} = \frac{0,5 \cdot 55.000}{13.330,04} = 2,063$$

$$a_{\text{iso}} = 50$$

$$C_{\text{nec}} = F_{eq} \cdot \sqrt{\frac{L \cdot 60 \cdot n}{a_1 \cdot a_{\text{iso}} \cdot 10^6}} = 13.330,04 \cdot \sqrt{\frac{219.000 \cdot 60 \cdot 1.679,61}{0,093 \cdot 50 \cdot 10^6}}$$

$$= 168.941,65 \text{ N} < 443.000 \text{ N}$$

- Sentit de gir (-X), extrem fix:

$$F_{\text{axial}_A} = F_{\text{axial}} + F_{aD} = 6.137,22 + 4.686,09 = 10.823,306 \text{ N}$$

$$\frac{F_{\text{axial}_A}}{F_{RA}} = \frac{10.823,306}{13.330,04} = 0,81 > e$$

$$F_{eq} = X \cdot F_{RA} + Y \cdot F_{\text{axial}_A} = 0,4 \cdot 13.330,04 + 1,4 \cdot 10.823,306 = 20.848,64 \text{ N}$$

$$\frac{\eta_c \cdot P_u}{F_{eq}} = \frac{0,5 \cdot 55.000}{20.848,64} = 1,34$$

$$a_{\text{iso}} = 50$$

$$C_{\text{nec}} = F_{eq} \cdot \sqrt{\frac{L \cdot 60 \cdot n}{a_1 \cdot a_{\text{iso}} \cdot 10^6}} = 20.848,64 \cdot \sqrt{\frac{219.000 \cdot 60 \cdot 1.679,61}{0,093 \cdot 50 \cdot 10^6}} =$$

$$259.617,341 \text{ N} < 443.000 \text{ N}$$

- **Rodament D:**

• **Càlcul del paràmetre K:**

$$d_m = \frac{D + d}{2} = \frac{215 + 120}{2} = 167,5 \text{ mm}$$

$$v_1 = \frac{4.500}{\sqrt{D_M \cdot n}} = \frac{4.500}{\sqrt{167,5 \cdot 1.679,61}} = 8,48 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}}$$

$$K_{\text{CALC}} = \frac{N}{N_1} = \frac{665,14}{8,48} = 78,4 > > >$$

$$K_{\text{graf}} = 4$$

• **Sentit de gir (+X), extrem fixe:**

$$F_{aA} = \frac{0,5 \cdot F_{rA}}{Y} = \frac{0,5 \cdot 13.330,04}{1,4} = 4.760,73 \text{ N}$$

$$F_{aD} = \frac{0,5 \cdot F_{rD}}{Y} = \frac{0,5 \cdot 13.121,04}{1,4} = 4.686,09 \text{ N}$$

$$F_{\text{axial}_A} = F_{\text{axial}} + F_{aD} = 6.137,22 + 4.760,73 = 10.897,95 \text{ N}$$

$$\frac{F_{\text{axial}_A}}{F_{RA}} = \frac{10.897,95}{13.330,04} = 0,83 > e$$

$$F_{eq} = X \cdot F_{RA} + Y \cdot F_{\text{axial}_A} = 0,4 \cdot 13.330,04 + 1,4 \cdot 10.897,95 = 20505,54 \text{ N}$$

$$\frac{\eta_c \cdot P_u}{F_{eq}} = \frac{0,5 \cdot 55.000}{20.505,54} = 1,19$$

$$a_{\text{iso}} = 30$$

$$C_{\text{nec}} = F_{eq} \cdot \sqrt[10]{\frac{L \cdot 60 \cdot n}{a_1 \cdot a_{\text{iso}} \cdot 10^6}} = 20.505,54 \cdot \sqrt[10]{\frac{219.000 \cdot 60 \cdot 1.679,61}{0,093 \cdot 50 \cdot 10^6}} =$$

$$302.922,27 \text{ N} < 417.000 \text{ N}$$

• **Sentit de gir (-X), extrem lliure:**

$$F_{\text{axial}_D} = F_{aD} = 4.686,09 \text{ N}$$

$$\frac{F_{\text{axial}_D}}{F_{RD}} = \frac{4.686,09}{13.121,04} = 0,36 < e$$

$$F_{eq} = 13.121,04 \text{ N}$$

$$\frac{\eta_c \cdot P_u}{F_{eq}} = \frac{0,5 \cdot 55.000}{13.121,04} = 1,87$$

$$a_{\text{iso}} = 50$$

$$C_{nec} = F_{eq} \cdot \sqrt[10]{\frac{L \cdot 60 \cdot n}{a_1 \cdot a_{iso} \cdot 10^6}} = 13.121,04 \cdot \sqrt[10]{\frac{219.000 \cdot 60 \cdot 1.679,61}{0,093 \cdot 50 \cdot 10^6}}$$

$$= 166.292,84N < 417.000 N$$

### Eix d'eixida

- **Càlcul del paràmetre K:**

$$d_m = \frac{D + d}{2} = \frac{210 + 150}{2} = 180 \text{ mm}$$

$$v_1 = \frac{4.500}{\sqrt{D_M \cdot n}} = \frac{4.500}{\sqrt{180 \cdot 816,04}} = 11,74 \frac{\text{mm}^2}{\text{s}}$$

$$K_{CALC} = \frac{N}{N_1} = \frac{665,14}{11,74} = 56,65 > > >$$

$$K_{graf} = 4$$

- **Rodament A:**

- **Sentit de gir (+X), extrem lliure:**

$$F_{aA} = \frac{0,5 \cdot F_{rA}}{Y} = \frac{0,5 \cdot 10.088,89}{1,3} = 3.880,34 \text{ N}$$

$$F_{aC} = \frac{0,5 \cdot F_{rC}}{Y} = \frac{0,5 \cdot 8.874,44}{1,3} = 3.413,25 \text{ N}$$

$$F_{axial\_A} = F_{aA} = 3.880,34 \text{ N}$$

$$\frac{F_{axial\_A}}{F_{rA}} = \frac{3.880,34}{10.088,89} = 0,38 < e$$

$$F_{eq} = 10.088,89 \text{ N}$$

$$\frac{\eta_c \cdot P_u}{F_{eq}} = \frac{0,5 \cdot 40.000}{10.088,89} = 1,982$$

$$a_{iso} = 50$$

$$C_{nec} = F_{eq} \cdot \sqrt[10]{\frac{L \cdot 60 \cdot n}{a_1 \cdot a_{iso} \cdot 10^6}} = 10.088,89 \cdot \sqrt[10]{\frac{219.000 \cdot 60 \cdot 816,04}{0,093 \cdot 50 \cdot 10^6}}$$

$$= 102,967,28N < 287.000 N$$

- **Sentit de gir (-X), extrem fix:**

$$F_{axial\_A} = F_{axial} + F_{aC} = 6.137,22 + 2.618,43 = 8.755,654 \text{ N}$$

$$\frac{F_{axial\_A}}{F_{rA}} = \frac{8.755,654}{10.550,98} = 0,83 > e$$

$$F_{eq} = X \cdot F_{rA} + Y \cdot F_{axial\_A} = 0,4 \cdot 10.550,98 + 1,3 \cdot 8.755,654 = 15.417,91 \text{ N}$$

$$\frac{\eta_c \cdot P_u}{F_{eq}} = \frac{0,5 \cdot 40.000}{15.417,91} = 1,3$$

$$a_{iso} = 50$$

$$C_{nec} = F_{eq} \cdot \sqrt{\frac{10}{3} \frac{L \cdot 60 \cdot n}{a_1 \cdot a_{iso} \cdot 10^6}} = 15.417,91 \cdot \sqrt{\frac{10}{3} \frac{219.000 \cdot 60 \cdot 1.679,61}{0,093 \cdot 50 \cdot 10^6}} =$$

$$157.355,23 \text{ N} < 287.000 \text{ N}$$

- **Rodament C:**

- **Sentit de gir (+X), extrem fix:**

$$F_{axial\_C} = F_{axial} + F_{aA} = 6.137,22 + 3.880,34 = 10.017,56 \text{ N}$$

$$\frac{F_{axial\_C}}{F_{rC}} = \frac{10.017,56}{8.874,44} = 1,13 > e$$

$$F_{eq} = X \cdot F_{rC} + Y \cdot F_{axial\_C} = 0,4 \cdot 8.874,44 + 1,3 \cdot 10.017,56 = 16.572,61 \text{ N}$$

$$\frac{\eta_c \cdot P_u}{F_{eq}} = \frac{0,5 \cdot 40.000}{16.572,61} = 1,21$$

$$a_{iso} = 50$$

$$C_{nec} = F_{eq} \cdot \sqrt{\frac{10}{3} \frac{L \cdot 60 \cdot n}{a_1 \cdot a_{iso} \cdot 10^6}} = 16.572,61 \cdot \sqrt{\frac{10}{3} \frac{219.000 \cdot 60 \cdot 1.679,61}{0,093 \cdot 50 \cdot 10^6}} =$$

$$169.140,14 \text{ N} < 287.000 \text{ N}$$

- **Sentit de gir (-X), extrem lliure:**

$$F_{axial\_C} = F_{aC} = 2.618,43 \text{ N}$$

$$\frac{F_{axial\_C}}{F_{rC}} = \frac{2.618,43}{6.807,93} = 0,38 < e$$

$$F_{eq} = 6.807,93 \text{ N}$$

Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

---

$$\frac{\eta_c \cdot P_u}{F_{eq}} = \frac{0,5 \cdot 40.000}{6.807,93} = 2,94$$

$$a_{iso} = 50$$

$$C_{nec} = F_{eq} \cdot \sqrt[10]{\frac{L \cdot 60 \cdot n}{a_1 \cdot a_{iso} \cdot 10^6}} = 6.807,93 \cdot \sqrt[10]{\frac{219.000 \cdot 60 \cdot 816,04}{0,093 \cdot 50 \cdot 10^6}}$$
$$= 69.481,75 \text{ N} < 287.000 \text{ N}$$

## **ANNEX DE TAULES I GRÀFIQUES**



## ÍNDEX

<b>1. Engranatges .....</b>	<b>100</b>
<b>2. Eixos .....</b>	<b>101</b>
2.1. Disseny a fallada per fatiga.....	101
2.2. Disseny de l'eix d'eixida .....	102
<b>3. Rodaments .....</b>	<b>105</b>
<b>4. Elements de subjecció .....</b>	<b>106</b>

En aquest apartat s'agrupen les diferents taules i gràfiques emprades per al càlcul i el disseny del reductor.

## 1. ENGRANATGES

Características de la máquina motriz	Características de la máquina arrastrada		
	Uniforme	Choques moderados	Choques importantes
Uniforme	1,00	1,25	1,75
Choques ligeros	1,25	1,50	2 o mayor
Choques moderados	1,50	1,75	2,25 o mayor

Taula 42. Valors del coeficient d'aplicació  $K_a$

$Q_{ISO}$	Tipo Ajuste	$H_1$	$H_2$	$H_3$	$F_1$	$F_2$	$F_3$
5	a	1.14870	$2.17866 \cdot 10^{-4}$	0.17737	1.12665	$1.96054 \cdot 10^{-4}$	0.15407
5	b, c	1.11024	$4.84048 \cdot 10^{-5}$	0.17350	1.09429	$5.38323 \cdot 10^{-5}$	0.15221
6	a	1.14439	$3.10712 \cdot 10^{-4}$	0.18211	1.13507	$2.53573 \cdot 10^{-4}$	0.15415
6	b, c	1.10851	$1.57148 \cdot 10^{-4}$	0.18092	1.09895	$1.35713 \cdot 10^{-4}$	0.15526
7	a	1.17115	$4.67862 \cdot 10^{-4}$	0.18114	1.14779	$4.00005 \cdot 10^{-4}$	0.15570
7	b, c	1.11765	$2.21430 \cdot 10^{-4}$	0.18277	1.11330	$1.75004 \cdot 10^{-4}$	0.15651
8	a	1.22585	$6.21433 \cdot 10^{-4}$	0.18219	1.20567	$5.21432 \cdot 10^{-4}$	0.15273
8	b, c	1.14813	$3.17861 \cdot 10^{-4}$	0.18064	1.13592	$2.71432 \cdot 10^{-4}$	0.15240

Taula 43. Valor dels paràmetres  $H_i$  i  $F_i$  dels coeficients de distribució de càrrega longitudinal

## 2. EIXOS

### 2.1. Disseny a fallada per fatiga

ACABADO SUPERFICIAL	Factor a (MPa)	Exponente b
Rectificado	1.58	-0.085
Mecanizado o laminado en frío	4.51	-0.265
Laminado en caliente	57.7	-0.718
Forjado	272.0	-0.995

Taula 44. Definició del factor d'acabat superficial per a acers

<b>Confiability</b>	0.5	0.9	0.95	0.99	0.999	0.9999	0.99999	0.999999
<b>Factor de correcció</b>	1.0	0.897	0.868	0.814	0.753	0.702	0.659	0.620

Taula 45. Factor de correcció del límit de fatiga per confiabilitat

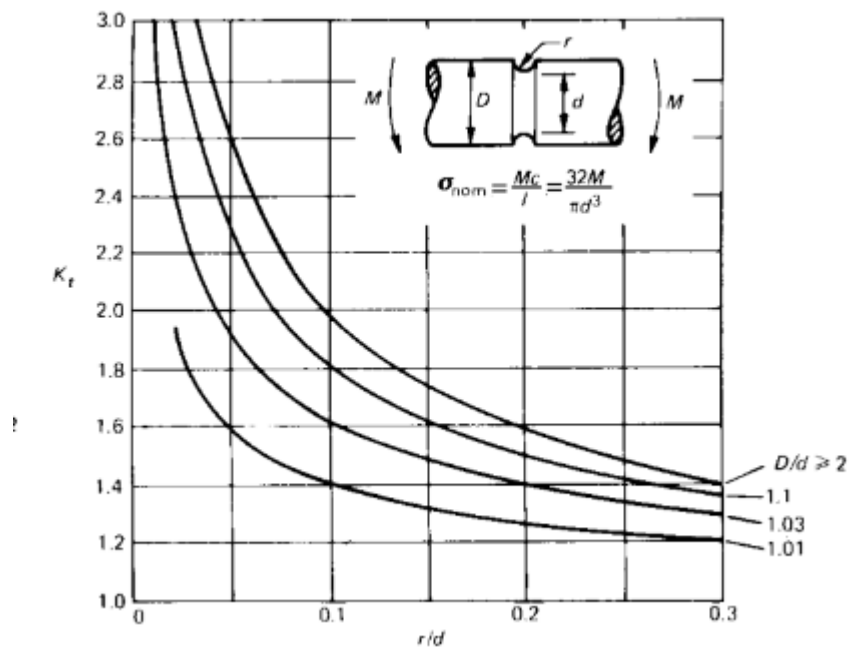


Figura 74. Factor de concentració de tensions  $K_t$  en eixos

## 2.2. Disseny de l'eix d'eixida

Símbolo	Unidad	Descripción
$m_1$	kg	Masa en las manguetas (incluidos cojinetes y cajas de ejes)
$m_2$	kg	Masa del eje montado y masas en los ejes montados entre círculos rodantes. La definición se añadirá en la revisión actual de la Norma EN 13262 (disco de freno, rueda dentada, etc.)
$m_1 + m_2$	kg	Para el eje montado considerado, proporción de la masa del vehículo en los carriles
$g$	m/s <sup>2</sup>	Aceleración debida a la gravedad
$P$	N	La mitad de la fuerza vertical por eje montado en el carril $\frac{(m_1 + m_2)g}{2}$
$P_0$	N	Fuerza estática vertical por mangueta cuando el eje montado se carga simétricamente $\frac{m_1 g}{2}$
$P_1$	N	Fuerza vertical en la mangueta con más cara
$P_2$	N	Fuerza vertical en la mangueta con menos carga
$P'$	N	Proporción de $P$ frenada por cualquier sistema mecánico de frenado
$Y_1$	N	Fuerza horizontal rueda/carril perpendicular al carril en el lado de la mangueta más cargado
$Y_2$	N	Fuerza horizontal rueda/carril perpendicular al carril en el lado de la mangueta menos cargado
$H$	N	Fuerza que equilibra las fuerzas $Y_1$ e $Y_2$
$Q_1$	N	Reacción vertical en la rueda situada en el lateral de la mangueta con mayor carga
$Q_2$	N	Reacción vertical en la rueda situada en el lateral de la mangueta con menos carga
$F_1$	N	Fuerzas ejercidas por las masas de los elementos sin resorte situados entre las dos ruedas [disco(s) de freno, engranaje, etc.]
$F_f$	N	Entrada de fuerza máxima de las zapatas de freno del mismo portazapatas en una rueda o fuerza de interfaz en las almohadillas en un disco
$M_x$	N·mm	Momento de flexión producido por las masas en movimiento
$M'_x, M'_z$	N·mm	Momentos de flexión causados por el frenado
$M'_y$	N·mm	Momento de torsión causados por el frenado
$M''_x, M''_z$	N·mm	Momentos de flexión causados por la tracción
$M''_y$	N·mm	Momento de torsión producido por la tracción
$M_X, M_Z$	N·mm	Suma de momentos de flexión

Taula 46. Símbols i abreviatures norma UNE-EN 13103-1

Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

Símbolo	Unidad	Descripción
$MY$	N-mm	Suma de los momentos de torsión
$MR$	N-mm	Momento resultante
$2b$	mm	Distancia entre los puntos de entrada de la fuerza vertical en las manguetas de los ejes
$2s$	mm	Distancia entre círculos rodantes
$h_1$	mm	Altura sobre la línea central del eje del centro de gravedad de las masas del vehículo acarreadas por el eje montado
$y_1$	mm	Distancia entre la banda de rodadura de una rueda y la fuerza $F_1$
$y$	mm	Abscisa para cualquier sección del eje calculada desde la sección sometida a la fuerza $P_1$
$f$		Coefficiente de fricción promedio entre la rueda y la zapata de freno o entre la guarnición de freno y el disco
$\sigma$	N/mm <sup>2</sup>	Esfuerzo calculado en una sección
$K$		Factor de corrección del esfuerzo por fatiga
$R$	mm	Radio nominal de la rueda (diámetro nominal de la rueda/2)
$R_b$	mm	Radio de la fuerza de frenado aplicada
$d$	mm	Diámetro para una sección del eje
$d'$	mm	Diámetro del orificio de un eje hueco
$D$	mm	Diámetro utilizado para determinar $K$
$r$	mm	Radio del filete de transición o rodada que se utiliza para determinar $K$
$S$		Coefficiente de seguridad
$G$		Centro de gravedad
$R_n$	N/mm <sup>2</sup>	Límite de fatiga bajo flexión rotativa hasta $10^7$ ciclos para piezas de prueba sin entalladura
$R_{nE}$	N/mm <sup>2</sup>	Límite de fatiga bajo flexión rotativa hasta $10^7$ ciclos para piezas de prueba entalladas
$a_q$	m/s <sup>2</sup>	Aceleración transversal desequilibrada
$f_q$		Factor de empuje

Taula 47. Símbols i abreviatures norma UNE-EN 13103-1 (II)

Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

Tipo de material rodante	Masa ( $m_1 + m_2$ )
Vagones de mercancías	Masa del diseño en explotación + carga útil del diseño normal (carga máxima)
Unidades de tracción sin cabida para viajeros, equipaje o correo	La masa del diseño en explotación y la carga útil del diseño normal se definen en la Norma EN 15663
Coches y unidades de tracción que incluyen viajeros, equipaje o correo	Masa de concepto en funcionamiento + $1,2 \times$ carga útil del concepto normal
1 - Trenes de alta velocidad y larga distancia	<p>La masa del diseño en condiciones de explotación se define en la Norma EN 15663</p> <p>La carga útil del diseño normal se define en la Norma EN 15663 en la que los viajeros de pie deben considerarse como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 160 kg/m<sup>2</sup> (2 viajeros por m<sup>2</sup>) en áreas de pie y restauración.</li> </ul>
2 - Vehículos de viajeros que no son trenes de alta velocidad ni de larga distancia	<p>La masa del diseño en explotación se define en la Norma EN 15663.</p> <p>La carga útil del diseño normal se define en la Norma EN 15663, en la que los viajeros de pie deben considerarse como:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- 210 kg/m<sup>2</sup> (3 viajeros por m<sup>2</sup>) en las zonas de pasillo;</li> <li>- 350 kg/m<sup>2</sup> (5 viajeros por m<sup>2</sup>) en las áreas del vestíbulo, 280 kg/m<sup>2</sup> (4 viajeros por m<sup>2</sup>) se pueden utilizar para servicios específicos (por ejemplo, zona de primera clase), según se describe en la especificación técnica.</li> </ul>

Taula 48. Masses a considerar segons els principals tipus de material rodant

Componentes $M'_x, M'_z, M'_y$	Método de frenado utilizado
a	El coeficiente 0,3 sale de experimentos que establecieron las posibles diferencias entre las fuerzas aplicadas de dos bloques a cada rueda.
b	<p>A menos que se justifiquen otros valores:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- para bloques de freno: <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\Gamma = 0,1</math> para bloques de hierro fundido ;</li> <li>- <math>\Gamma = 0,17</math> para todos los bloques con bajo coeficiente de fricción, excluyendo el hierro fundido;</li> <li>- <math>\Gamma = 0,25</math> para todos los bloques con alto coeficiente de fricción excluyendo el hierro fundido..</li> </ul> </li> <li>- para zapatas de freno: <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>\Gamma = 0,35</math>.</li> </ul> </li> </ul>
c	Este valor se obtuvo a partir de ensayos experimentales y corresponde a una diferencia de fuerza de frenado entre las dos ruedas que produce una diferencia de fuerza tangencial a las ruedas y equivale a $0,3 P'$ . Incluye el momento de torsión, según se especifica en el apartado 6.3.
d	$P'$ es la proporción de $P$ frenado con el método de frenado considerado.
e	Por convención, el momento de torsión entre los círculos rodantes se toma igual a $0,3 P'R$ . Incluye el momento de torsión producido por el frenado y el momento de torsión según se especifica en el apartado 6.4.
f	Si el disco se monta en el alma de la rueda, entonces, $y_i = 0$ .

Taula 49. Paràmetres de càlcul segons el mètode de frenada utilitzat

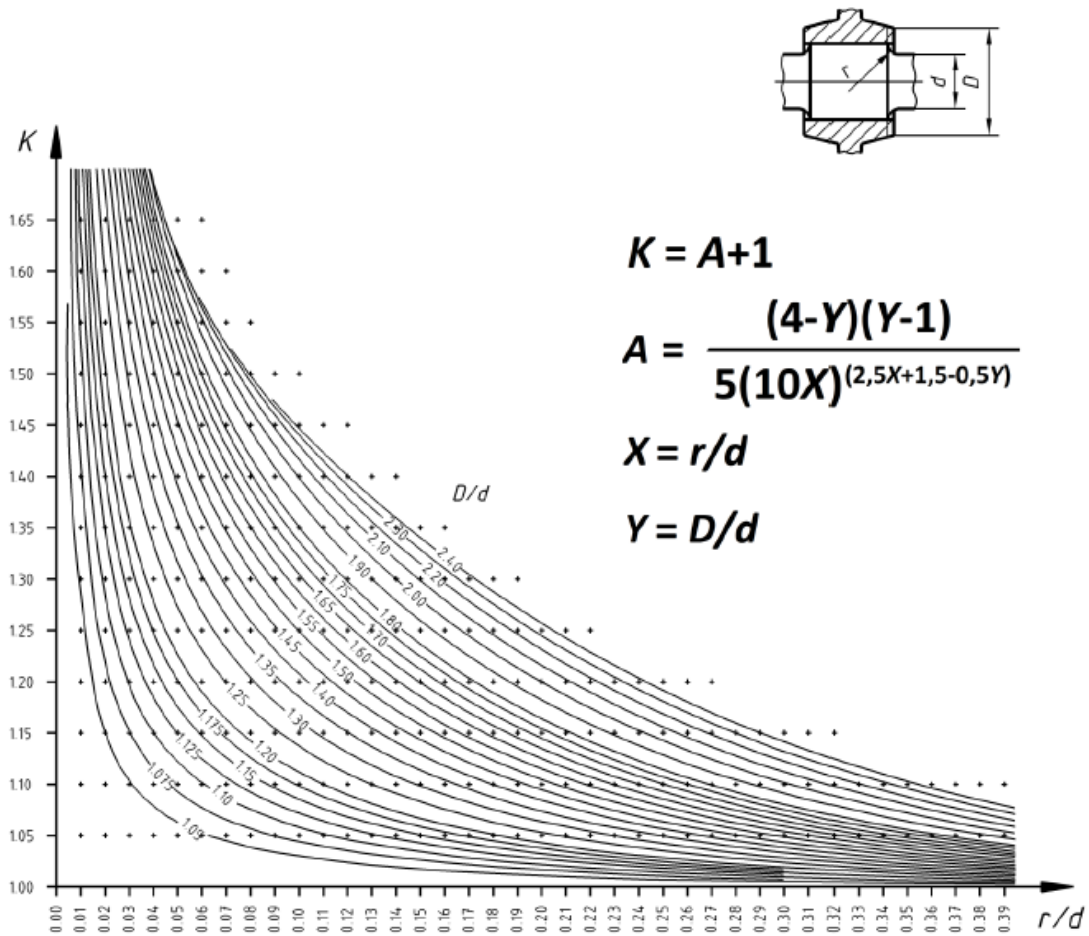


Figura 75 Factor de correcció de l'esforç K en funció de D/d i R/d

### 3. RODAMENTS

Fiabilidad %	a <sub>1</sub>
90	1
95	0.64
96	0.55
97	0.47
98	0.37
99	0.25
99.2	0.22
99.4	0.19
99.6	0.16
99.8	0.12
99.9	0.093
99.92	0.087
99.94	0.080
99.95	0.077

Taula 50. Factor de fiabilitat a<sub>1</sub>

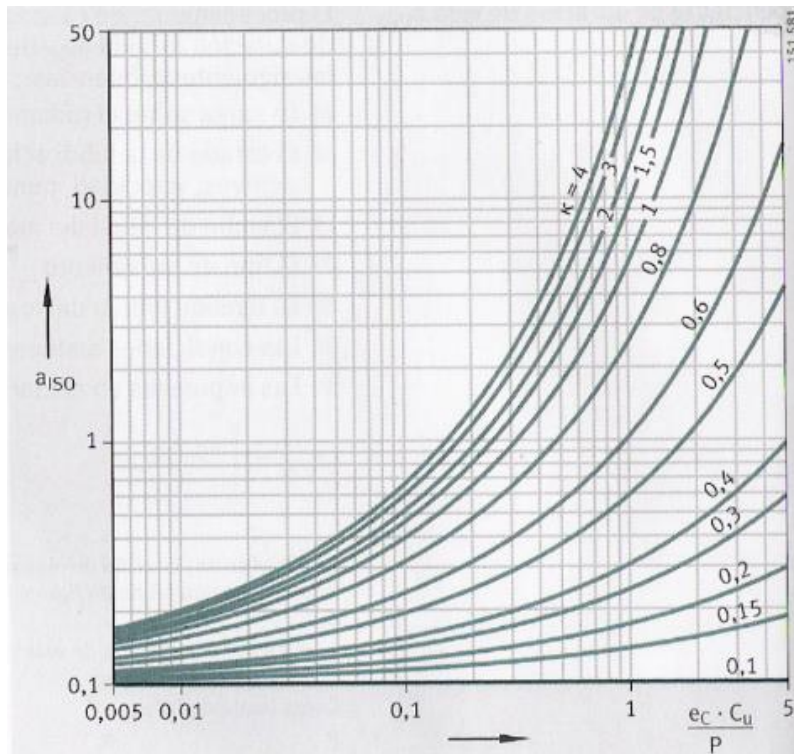


Figura 76: Factor a-iso per rodaments radials de rodets

#### 4. ELEMENTS DE SUBJECCIÓ

	Eje	Alojamiento
Rodamientos de bolas	j5 a k5	J6
Rodamientos de rodillos y agujas	k5 a m5	K6

Taula 51. Ajustaments típics del muntatge



## **DOCUMENT II:**

### **PRESSUPOST**

## ÍNDEX

<b>1. Introducció .....</b>	<b>109</b>
<b>1. Eixos .....</b>	<b>109</b>
1.1. Eix d'entrada.....	109
1.2. Eix intermedi .....	110
<b>2. Engranatges .....</b>	<b>110</b>
2.1. Pinyó de la primera etapa .....	110
2.2. Roda de la primera etapa.....	111
2.3. Pinyó de la segona etapa .....	111
2.4. Roda de la segona etapa .....	112
<b>3. Carcassa.....</b>	<b>112</b>
3.1. Ambdues parts de la carcassa .....	112
3.2. Tapes .....	113
<b>4. Casquets .....</b>	<b>113</b>
<b>5. Caragols i rosques.....</b>	<b>114</b>
<b>6. Rodaments .....</b>	<b>114</b>
<b>7. Volanderes elàstiques.....</b>	<b>114</b>
<b>8. Altres elements.....</b>	<b>115</b>
<b>9. Honoraris de l'enginyer .....</b>	<b>115</b>
<b>10. Pressupost d'execució material.....</b>	<b>116</b>
<b>11. Pressupost de contracta.....</b>	<b>116</b>
<b>12. Pressupost total .....</b>	<b>116</b>

## 1. INTRODUCCIÓ

Al següent pressupost es detalla el cost de la fabricació del reductor de velocitat desenvolupat a la memòria. No està inclòs en aquest pressupost la fabricació de l'eix l'eixida, ja que es tracta de l'eix muntat del vehicle ferroviari i, per tant, serà fabricat pel fabricant del material rodant.

### 1. EIXOS

#### 1.1. Eix d'entrada

Material	Unitats	Quantitat	Preu unitat (€/kg)	Preu total (€)
Acer 42CrMo4	kg	29,17	2,5	72,93

Operació	Unitats	Quantitat	Preu unitat (€/h)	Preu total (€)
Cilindrat exterior	Hores	0,6	24	14,4
Taladrat	Hores	0,05	12	0,6
Roscat	Hores	0,1	18	1,8
Ranurat volanderes	Hores	0,2	30	6
Refrentat	Hores	0,25	24	6
Ranurat xaveter	Hores	0,2	30	6
Rectificat	Hores	1	36	36
<b>TOTAL</b>	-	-	-	70,8

RESUM	PREU (€)
MATERIAL	72,93
OPERACIÓ	70,8
<b>TOTAL</b>	143,73

## 1.2. Eix intermedi

Material	Unitats	Quantitat	Preu unitat (€/kg)	Preu total (€)
Acer 42CrMo4	kg	31,56	2,5	78,9

Operació	Unitats	Quantitat	Preu unitat (€/h)	Preu total (€)
Cilindrat exterior	Hores	0,75	24	18
Ranurat volanderes	Hores	0,2	24	4,8
Refrentat	Hores	0,3	24	7,2
Ranurat xaveter	Hores	0,25	30	7,5
Rectificat	Hores	1,1	42	46,2
<b>TOTAL</b>	-	-	-	83,7

RESUM	PREU (€)
MATERIAL	78,9
OPERACIÓ	83,7
<b>TOTAL</b>	162,6

## 2. ENGRANATGES

### 2.1. Pinyó de la primera etapa

Material	Unitat	Quantitat	Preu unitat (€/kg)	Preu total (€)
Acer 42CrMo4	kg	22,109	2,5	55,27

Operació	Unitats	Quantitat	Preu unitat (€/h)	Preu total (€)
Cilindrat exterior	Hores	0,6	24	14,4
Cilindrat interior	Hores	0,6	24	14,4
Taladrat	Hores	0,15	18	2,7
Refrentat	Hores	0,2	30	6
Ranurat xaveter	Hores	0,2	24	4,8
Tallat dents	Hores	0,9	30	27
Rectificat	Hores	0,25	36	9
<b>TOTAL</b>	-	-	-	78,3

RESUM	PREU (€)
MATERIAL	55,27
OPERACIÓ	78,3
<b>TOTAL</b>	133,57

## 2.2. Roda de la primera etapa

Material	Unitat	Quantitat	Preu unitat (€/kg)	Preu total (€)
Acer 42CrMo4	kg	86,642	2,5	216,61

Operació	Unitats	Quantitat	Preu unitat (€/h)	Preu total (€)
Cilindrat exterior	Hores	1	24	24
Cilindrat interior	Hores	0,6	24	14,4
Taladrat	Hores	0,15	18	2,7
Refrentat	Hores	0,4	30	12
Ranurat xaveter	Hores	0,2	24	4,8
Tallat dents	Hores	1,4	30	42
Rectificat	Hores	0,5	36	18
<b>TOTAL</b>	-	-	-	117,9

RESUM	PREU (€)
MATERIAL	216,61
OPERACIÓ	117,9
<b>TOTAL</b>	334,51

## 2.3. Pinyó de la segona etapa

Material	Unitat	Quantitat	Preu unitat (€/kg)	Preu total (€)
Acer 42CrMo4	kg	47,32	2,5	118,30

Operació	Unitats	Quantitat	Preu unitat (€/h)	Preu total (€)
Cilindrat exterior	Hores	0,8	24	19,2
Cilindrat interior	Hores	0,6	24	14,4
Taladrat	Hores	0,15	18	2,7
Refrentat	Hores	0,3	30	9
Ranurat xaveter	Hores	0,2	24	4,8
Tallat dents	Hores	1,2	30	36
Rectificat	Hores	0,4	36	14,4
<b>TOTAL</b>	-	-	-	100,5

RESUM	PREU (€)
MATERIAL	118,30
OPERACIÓ	100,5
<b>TOTAL</b>	218,80

## 2.4. Roda de la segona etapa

Material	Unitat	Quantitat	Preu unitat (€/kg)	Preu total (€)
Acer 42CrMo4	kg	179,028	2,5	447,57

Operació	Unitats	Quantitat	Preu unitat (€/h)	Preu total (€)
Cilindrat exterior	Hores	1,2	24	28,8
Cilindrat interior	Hores	0,6	24	14,4
Taladrat	Hores	0,15	18	2,7
Refrentat	Hores	0,6	30	18
Ranurat xaveter	Hores	0,2	24	4,8
Tallat dents	Hores	1,8	30	54
Rectificat	Hores	0,75	36	27
<b>TOTAL</b>	-	-	-	149,7

RESUM	PREU (€)
MATERIAL	447,57
OPERACIÓ	149,7
<b>TOTAL</b>	597,27

## 3. CARCASSA

### 3.1. Ambdues parts de la carcassa

#### Ambdues parts de la carcassa

Material	Unitat	Quantitat	Preu unitat (€/kg)	Preu total (€)
Fosa grisa FG25	kg	300	2	600,00

Operació	Unitats	Quantitat	Preu unitat (€/h)	Preu total (€)
Motle i emotlament	Unitats	1	50	50
Fresat del lloc dels rodaments	Hores	0,65	30	19,5
Taladrat	Hores	0,35	12	4,2
Roscat	Hores	0,3	15	4,5
Pintura	Hores	4	25	100
<b>TOTAL</b>	-	-	-	178,2

RESUM	PREU (€)
MATERIAL	600,00
OPERACIÓ	178,2
<b>TOTAL</b>	778,20

### 3.2. Tapes

Material	Unitat	Quantitat	Preu unitat (€/kg)	Preu total (€)
Fosa grisa FG25	kg	4	2	8,00

Operació	Unitats	Quantitat	Preu unitat (€/h)	Preu total (€)
<b>Motle i emotlament</b>	Unitats	1	12	12
<b>Taladrat</b>	Hores	0,1	12	1,2
<b>Roscat</b>	Hores	0,1	15	1,5
<b>TOTAL</b>	-	-	-	14,7

RESUM	PREU (€)
<b>MATERIAL</b>	8,00
<b>OPERACIÓ</b>	14,7
<b>TOTAL</b>	22,70

### 4. CASQUETS

#### Casquets

Descripció	Unitats	Quantitat	Preu unitat (€/unitat)	Preu total (€)
<b>Casquet 1</b>	Unitats	1	1,5	1,5
<b>Casquet 2</b>	Unitats	1	1,3	1,3
<b>Casquet 3</b>	Unitats	1	1,2	1,2
<b>Casquet 4</b>	Unitats	1	2,5	2,5
<b>Casquet 5</b>	Unitats	1	1	1
<b>TOTAL</b>	-	-	-	7,5

RESUM	PREU (€)
<b>ELEMENTS</b>	7,50
<b>TOTAL</b>	7,50

## 5. Caragols i rosques

### Caragols i rosques

Descripció	Unitats	Quantitat	Preu unitat (€/unitat)	Preu total (€)
AS 1110 - M16 x 35	Unitats	12	0,1	1,2
AS 2465 - 5/8 x1 1/2 UNC	Unitats	8	0,1	0,8
AS 2465 - 5/8 x 2 UNC	Unitats	32	0,12	3,84
AS 1112 - M16 Tipus 5	Unitats	12	0,1	1,2
<b>TOTAL</b>	-	-	-	7,04

RESUM	PREU (€)
<b>ELEMENTS</b>	7,04
<b>TOTAL</b>	7,04

## 6. RODAMENTS

### Rodaments

Descripció	Unitats	Quantitat	Preu unitat (€/unitat)	Preu total (€)
SKF 33015/DF	Unitats	1	91,29	91,29
SKF 32215/DF	Unitats	1	274,69	274,69
SKF 30224	Unitats	1	373,49	373,49
SKF 32221	Unitats	1	671,24	671,24
SKF T4DB150	Unitats	2	697,47	1394,94
<b>TOTAL</b>	-	-	-	2805,65

RESUM	PREU (€)
<b>ELEMENTS</b>	2805,65
<b>TOTAL</b>	2805,65

## 7. VOLANDERES ELÀSTIQUES

### Volanderes elàstiques

Descripció	Unitats	Quantitat	Preu unitat (€/unitat)	Preu total (€)
STN 022930 - 105	Unitats	1	0,2	0,2
STN 022930 - 115	Unitats	1	0,2	0,2
STN 022930 - 72	Unitats	2	0,15	0,3
<b>TOTAL</b>	-	-	-	0,7

RESUM	PREU (€)
<b>ELEMENTS</b>	0,7
<b>TOTAL</b>	0,7



## 8. ALTRES ELEMENTS

### Altres elements

Descripció	Unitats	Quantitat	Preu unitats (€/unitat)	Preu total (€)
ISO 2491 - A 20 x 8 x 90	Unitats	1	2	2
ISO 2491 - A 32 x 11 x 140	Unitats	1	2,5	2,5
ISO 2491 - A 28 x 10 x 90	Unitats	1	2,1	2,1
Tap	Unitats	1	2	2
Tap magnètic	Unitats	1	4,5	4,5
Reté SKF HMS5 RG 75x115x10	Unitats	1	5,5	5,5
Reté SKF HMS5 RG 75x130x12	Unitats	1	5,5	5,5
Retens a mesura	Unitats	4	15	60
<b>TOTAL</b>	-	-	-	84,1

RESUM	PREU (€)
ELEMENTS	84,1
<b>TOTAL</b>	84,1

## 9. HONORARIS DE L'ENGINYER

### Honoraris de l'enginyer

Descripció	Unitats	Quantitat	Preu unitats (€/h)	Preu total (€)
Hores de treball	Hores	300	16	4800
Cotització SS	Euros	31,75%	-	1524
<b>TOTAL</b>	-	-	-	6324

RESUM	PREU (€)
ELEMENTS	6324
<b>TOTAL</b>	6324

## 10. PRESSUPOST D'EXECUCIÓ MATERIAL

### Pressupost d'execució material

Concepte	Preu (€)
Eixos	306,33
Engranatges	1284,15
Carcassa	778,20
Casquets	7,50
Caragols	7,04
Tapes eixos	22,70
Rodaments	2805,65
Volanderes elàstiques	0,7
Altres elements	84,1
Honoraris de l'enginyer	6324,00
<b>TOTAL</b>	<b>11620,36</b>

Pressupost d'execució material.....11.620,36€

## 11. PRESSUPOST DE CONTRACTA

### Pressupost de contracta

Concepte	Preu (€)
Pressupost d'execució material	11620,36
6% de benefici industrial	697,22
13% de despeses generals	1510,65
<b>TOTAL</b>	<b>13828,23</b>

Pressupost de contracta.....13.828,23€

## 12. PRESSUPOST TOTAL

### Pressupost total

Concepte	Preu (€)
Pressupost de contracta	13828,23
21% I.V.A.	2903,93
<b>TOTAL</b>	<b>16732,16</b>

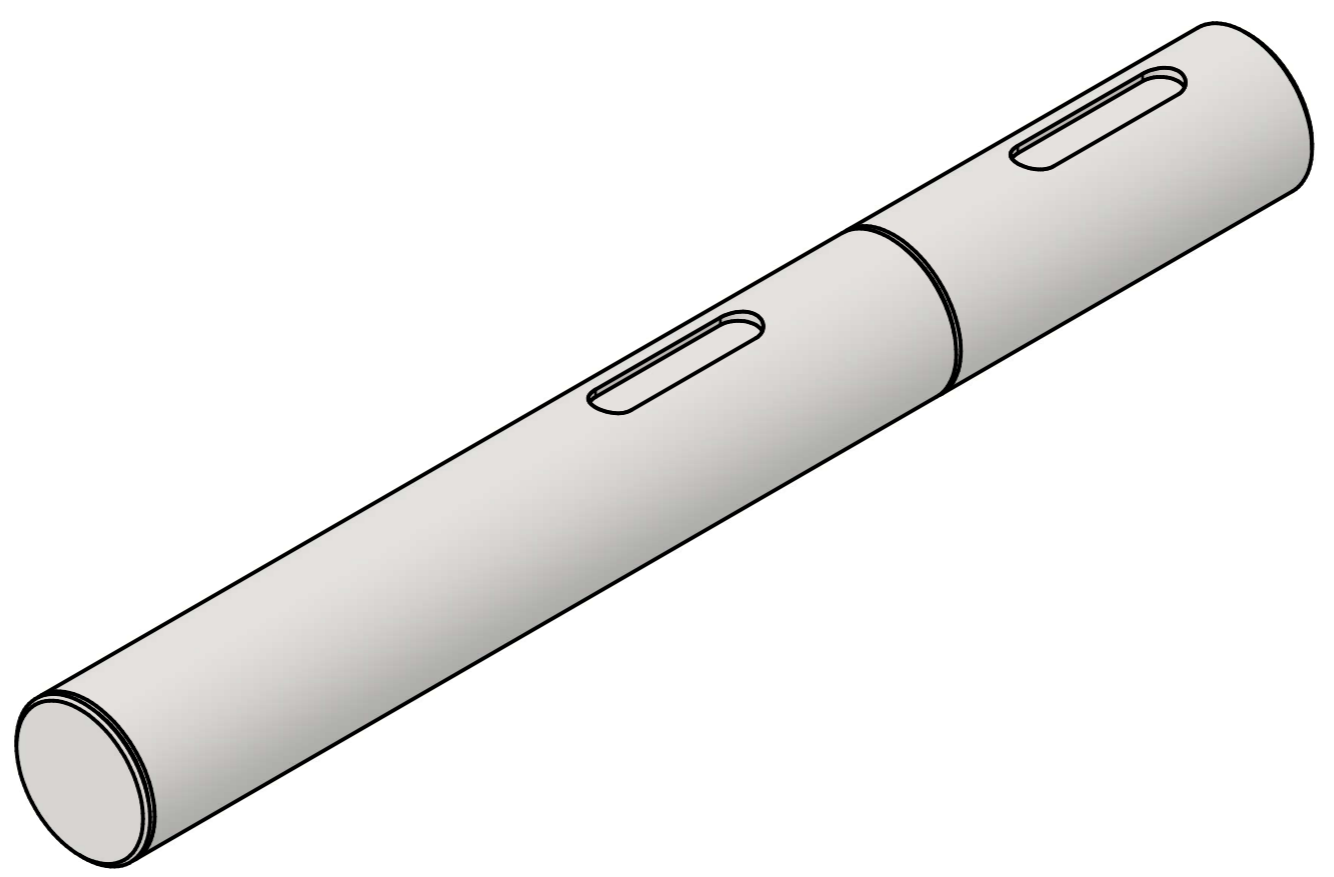
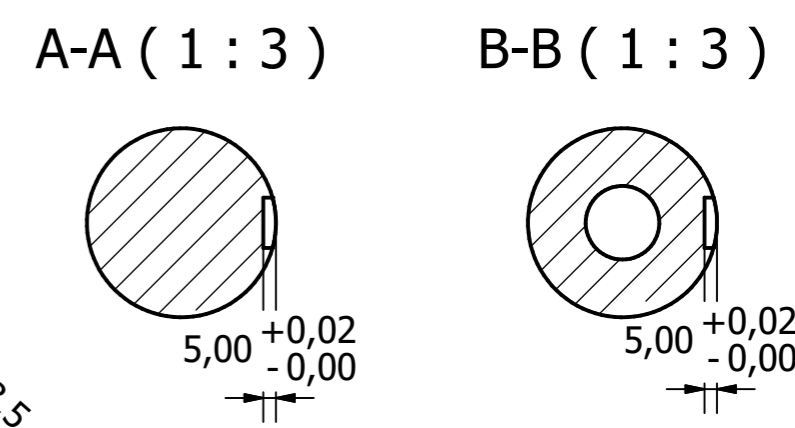
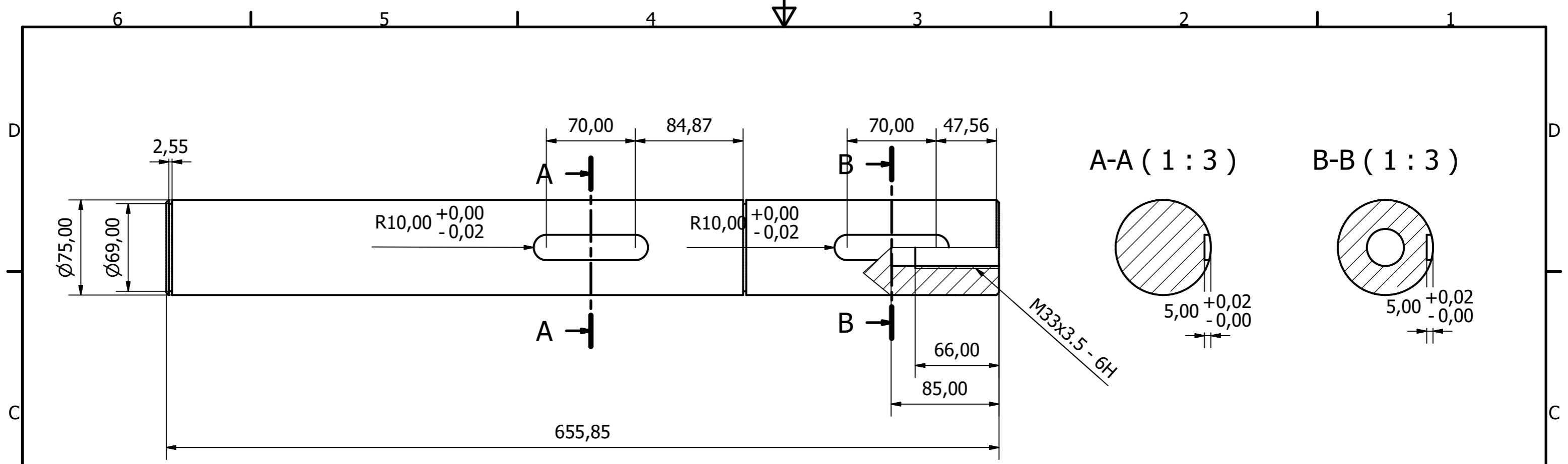
El cost total del reductor és de SETZE MIL SET-CENTS TRENTA-DOS EUROS I SETZE CÈNTIMS.



## **DOCUMENT III:**

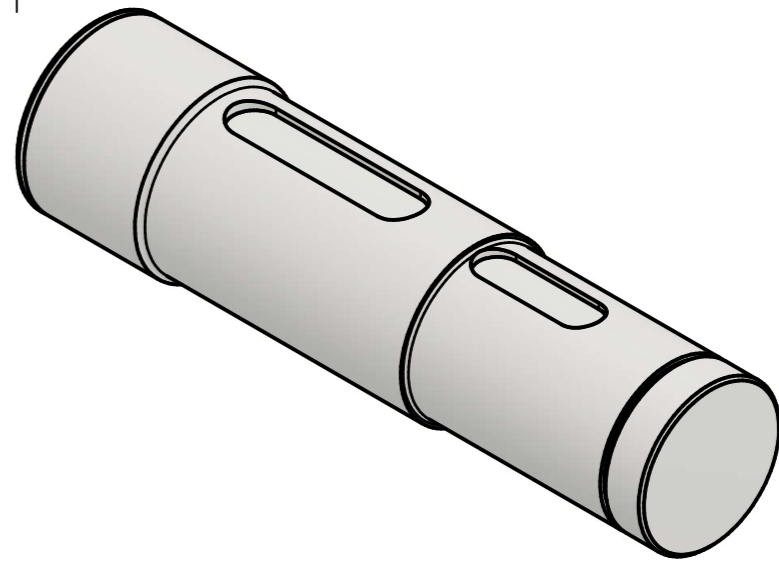
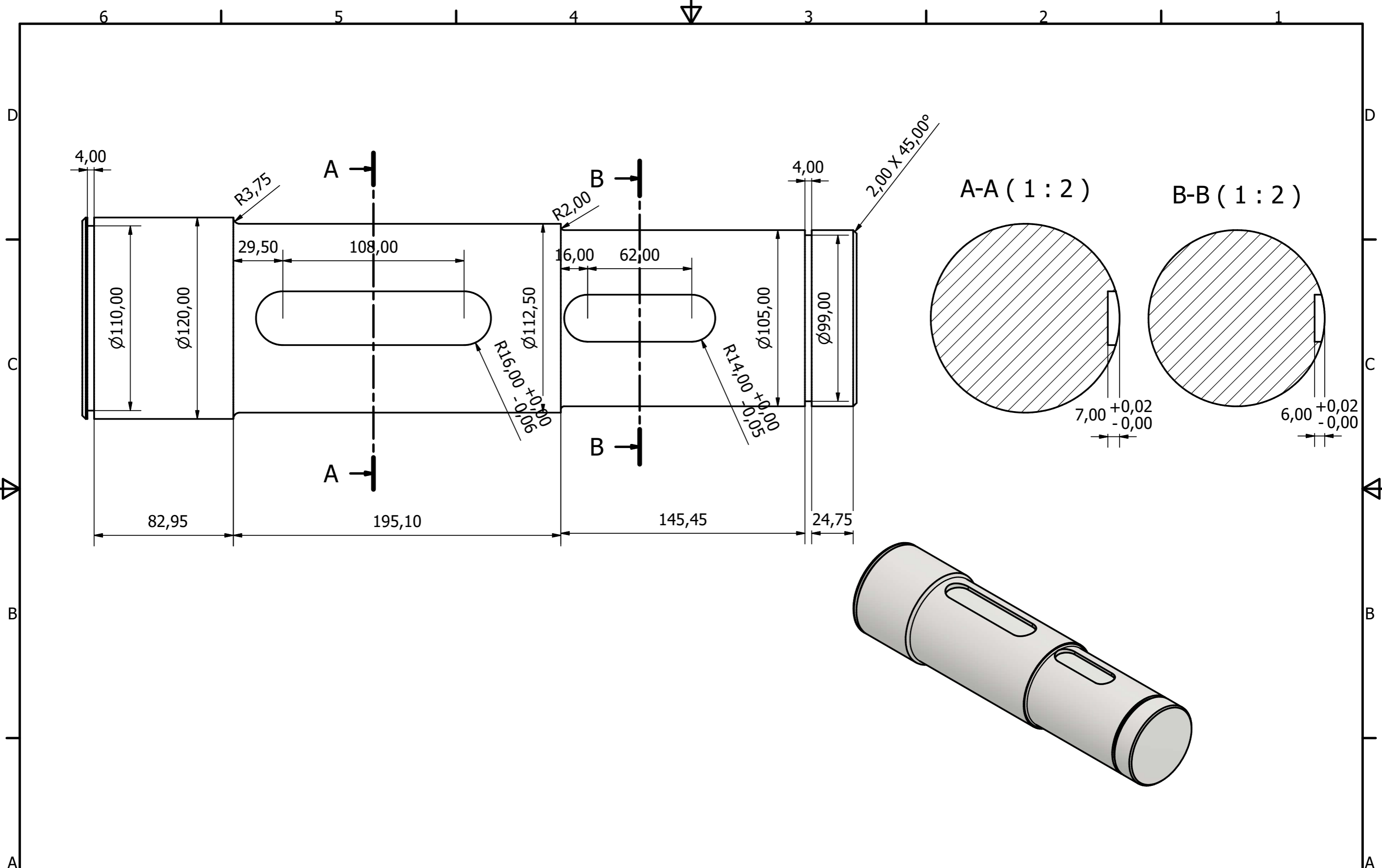
### **PLÀNOLS**



## ÍNDEX

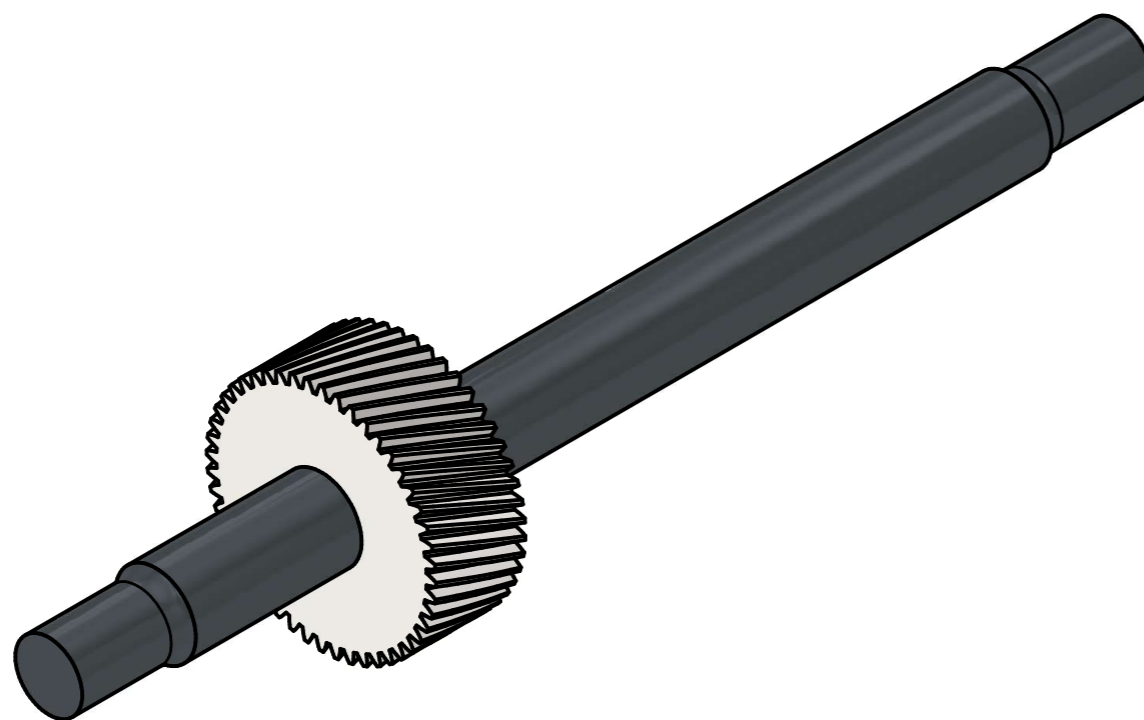
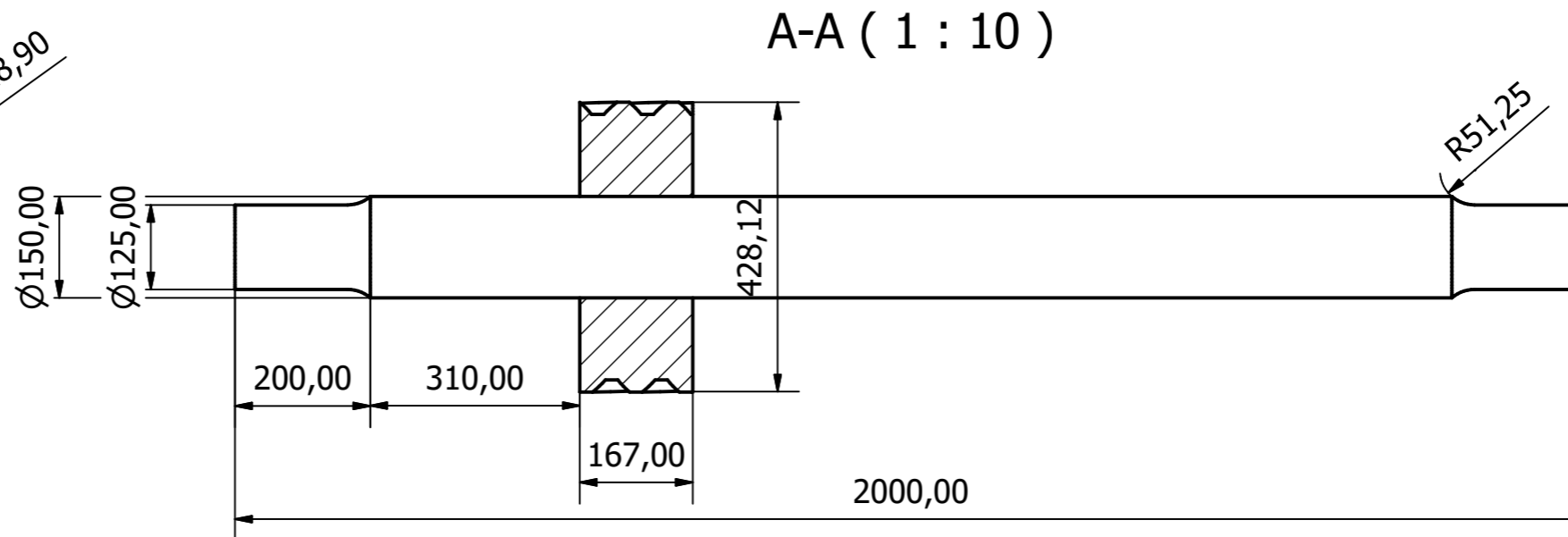
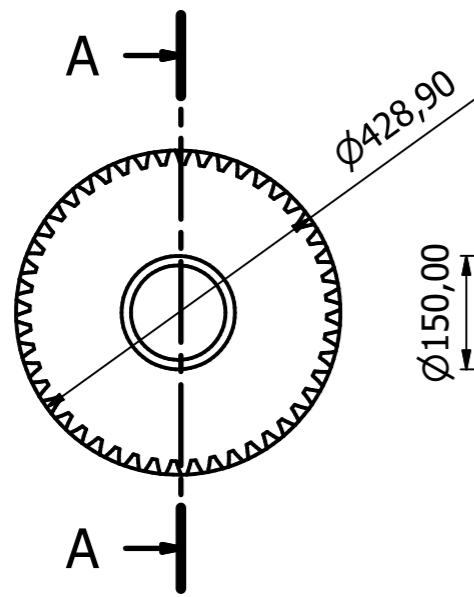
1.	Eix entrada.....	1
2.	Eix intermedi .....	2
3.	Eix d'eixida i roda 2 .....	3
4.	Pinyó primera etapa.....	4
5.	Roda primera etapa.....	5
6.	Pinyó segona etapa .....	6
7.	Carcassa meitat superior.....	7
8.	Carcassa meitat inferior .....	8
9.	Tapes .....	9
10.	Casquets .....	10
11.	Vista general.....	11
12.	Tall general .....	12
13.	Vista explosionada .....	13



Treball Fi de Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials  UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA  ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR ENGINYERIA INDUSTRIAL VALÈNCIA	Projecte: Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità	Plànol: Eix d'entrada	Data: 10/02/2024	Núm. plànol: 1
		Autor: Àlex Climent Motoso	Escala: 1:3	



Treball Fi de Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials  UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA  ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR ENGINYERIA INDUSTRIAL VALÈNCIA	Projecte: Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità	Plànol: Eix intermedi	Data: 10/02/2024	Núm. plànol: 2
		Autor: Àlex Climent Motoso	Escala: 1:2	



Mòdul	10
Àngle de pressió	20°
Àngle d'inclinació	20°
Diàmetre primitiu	415,029
Nombre de dents	39
Dades de l'engranatge	

Treball Fi de Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials



Projecte: Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

Plànoi: Eix muntat i roda segona etapa

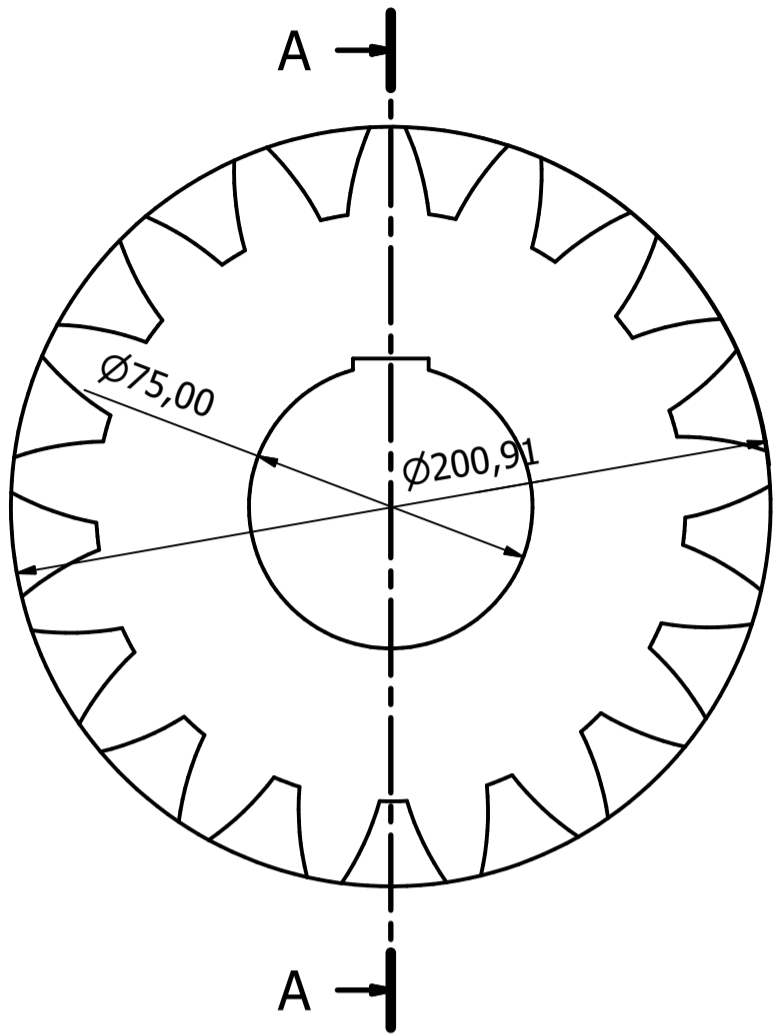
Autor: Àlex Climent Motoso

Data: 08/02/2024

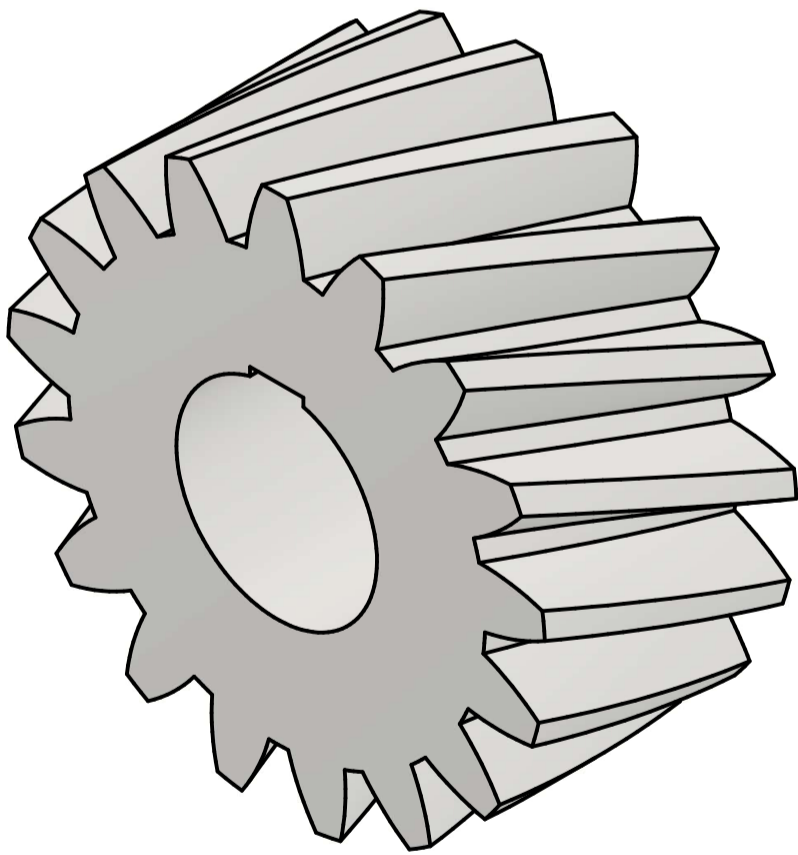
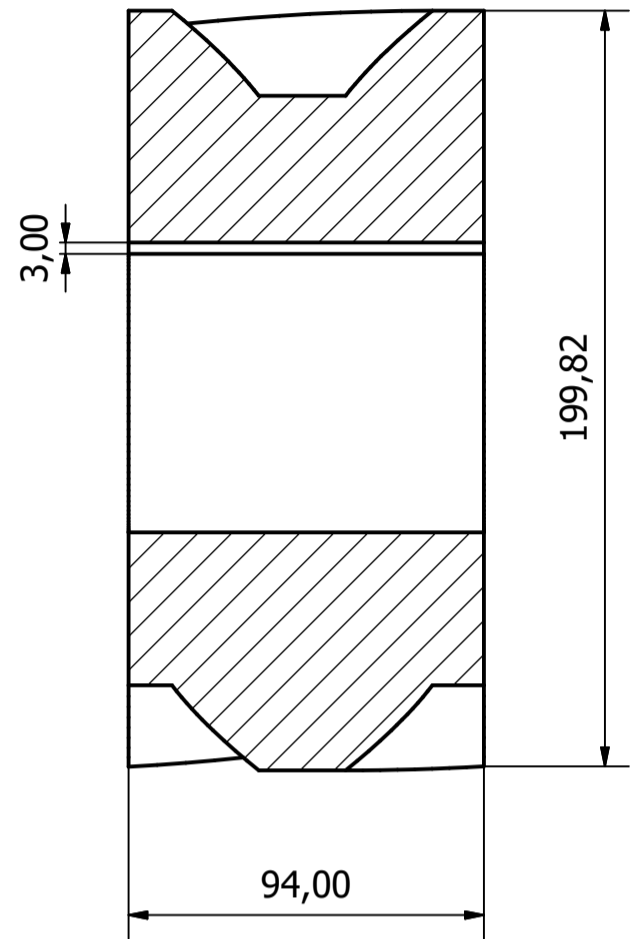
Escala: 1:10

Núm. plànoi

3



A-A ( 1 : 2 )



Mòdul	10
Àngle de pressió	20°
Àngle d'inclinació	20°
Diàmetre primitiu	200,91
Nombre de dents	17
Dades de l'engrenatge	

Plànol:	Pinyó primera etapa	Data:	10/02/2024	Núm. plànol
Autor:	Àlex Climent Motoso	Escala:	1:2	

Treball Fi de Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials



UNIVERSITAT  
POLITÀCNICA  
DE VALÈNCIA

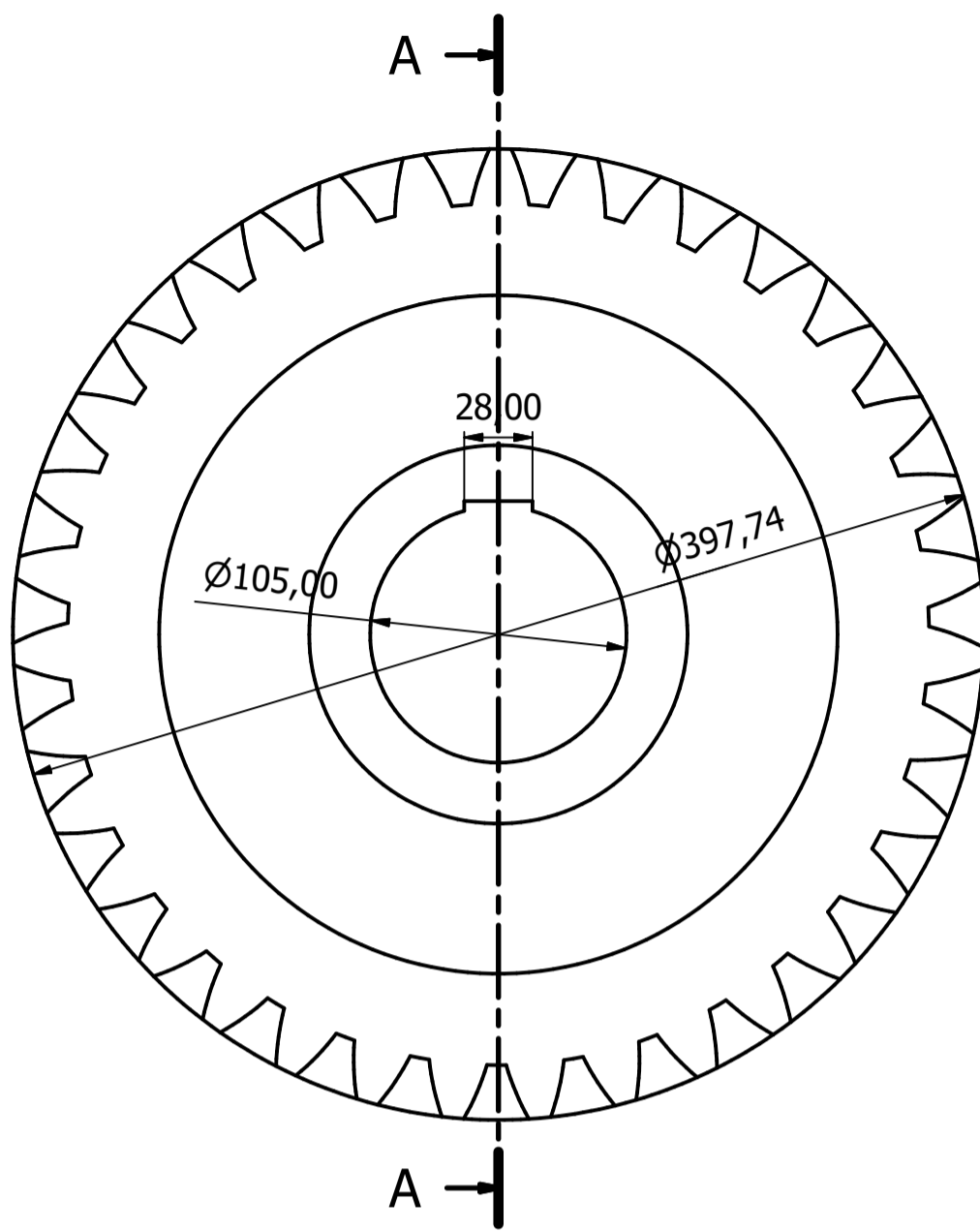


ESCOLA TÈCNICA  
SUPERIOR ENGINYERIA  
INDUSTRIAL VALÈNCIA

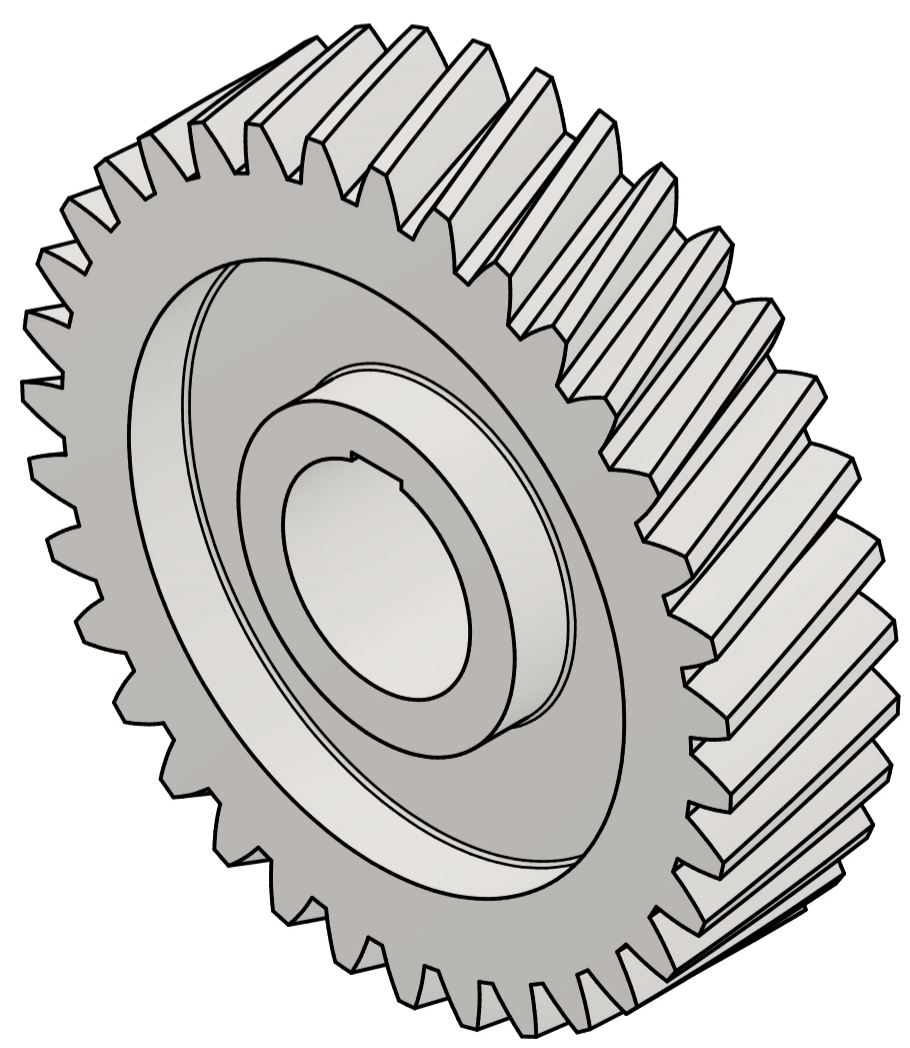
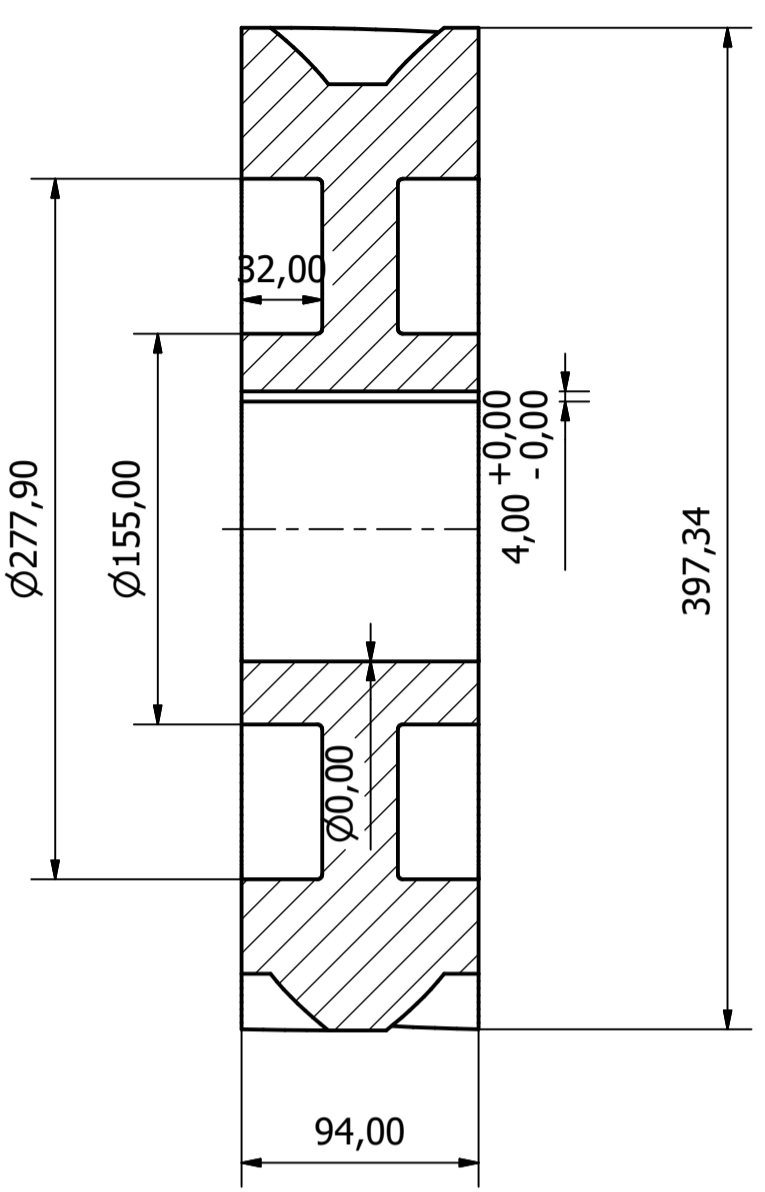
Projecte:

Disseny d'un reductor de velocitat de dues etapes d'engrenatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità





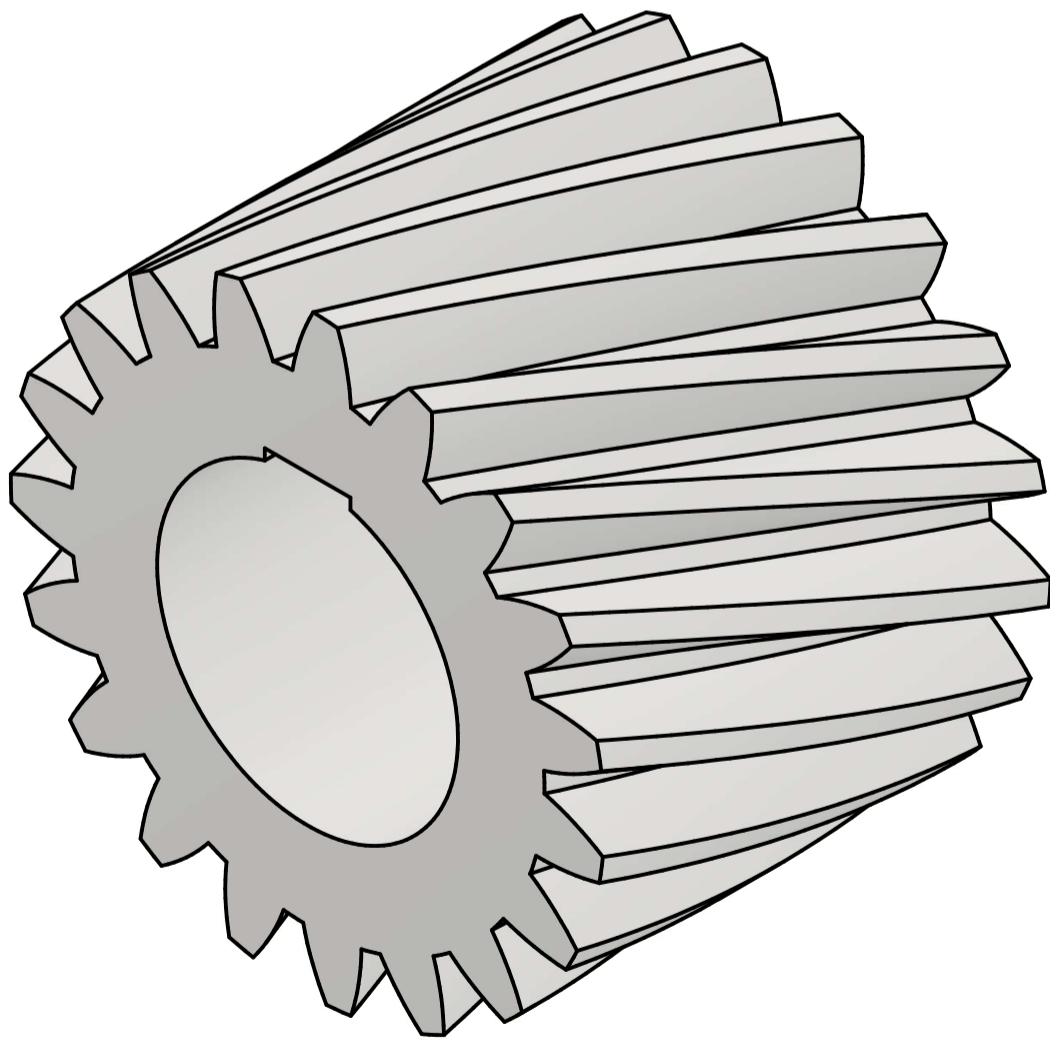
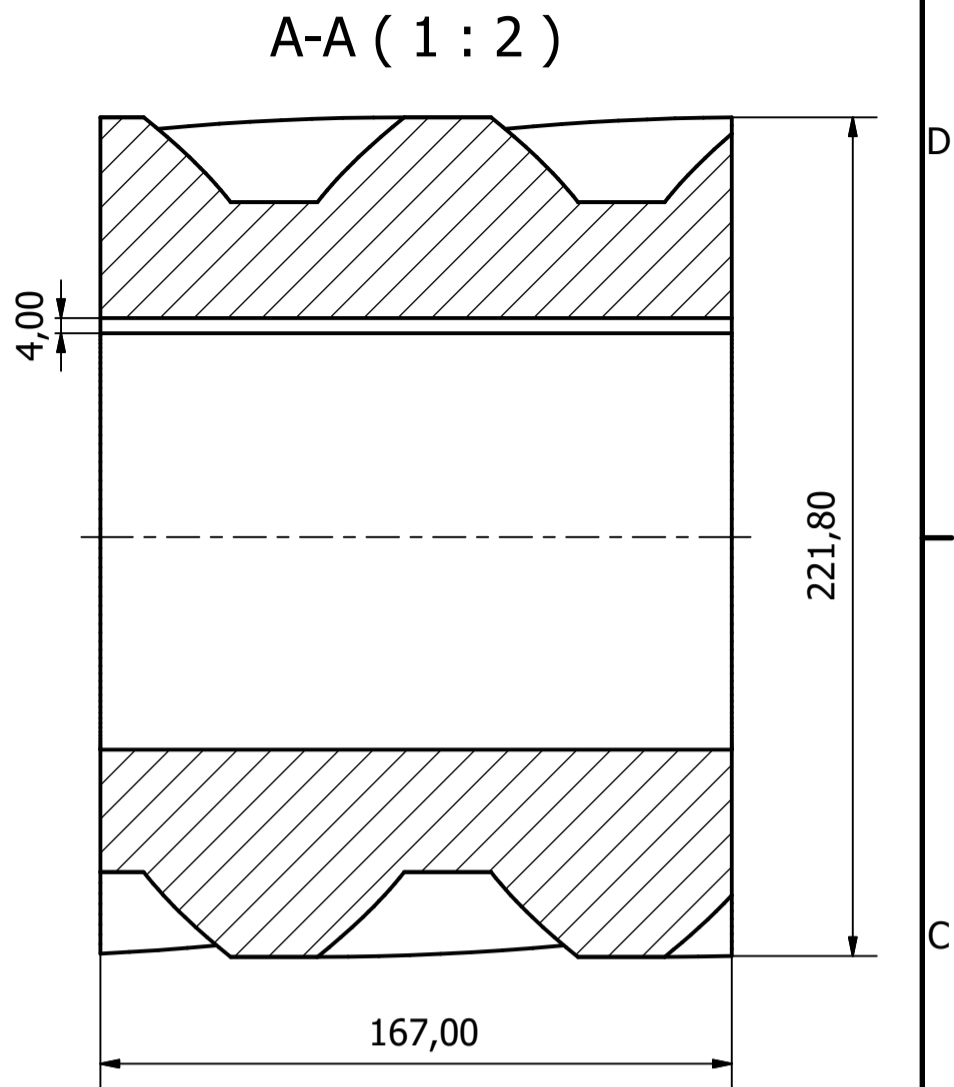
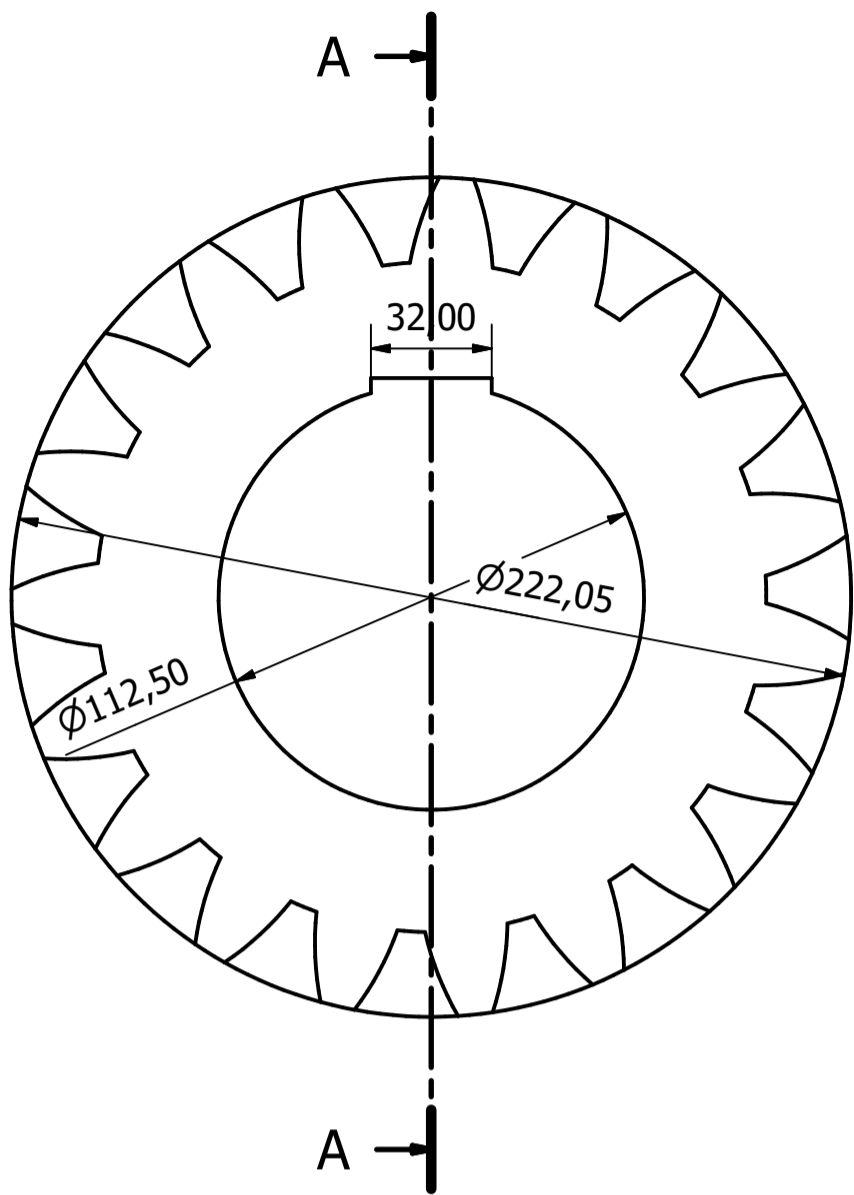
A-A ( 1 : 3 )





Mòdul	10
Àngle de pressió	20°
Àngle d'inclinació	20°
Diàmetre primitiu	397,74
Nombre de dents	35
Dades de l'engranatge	

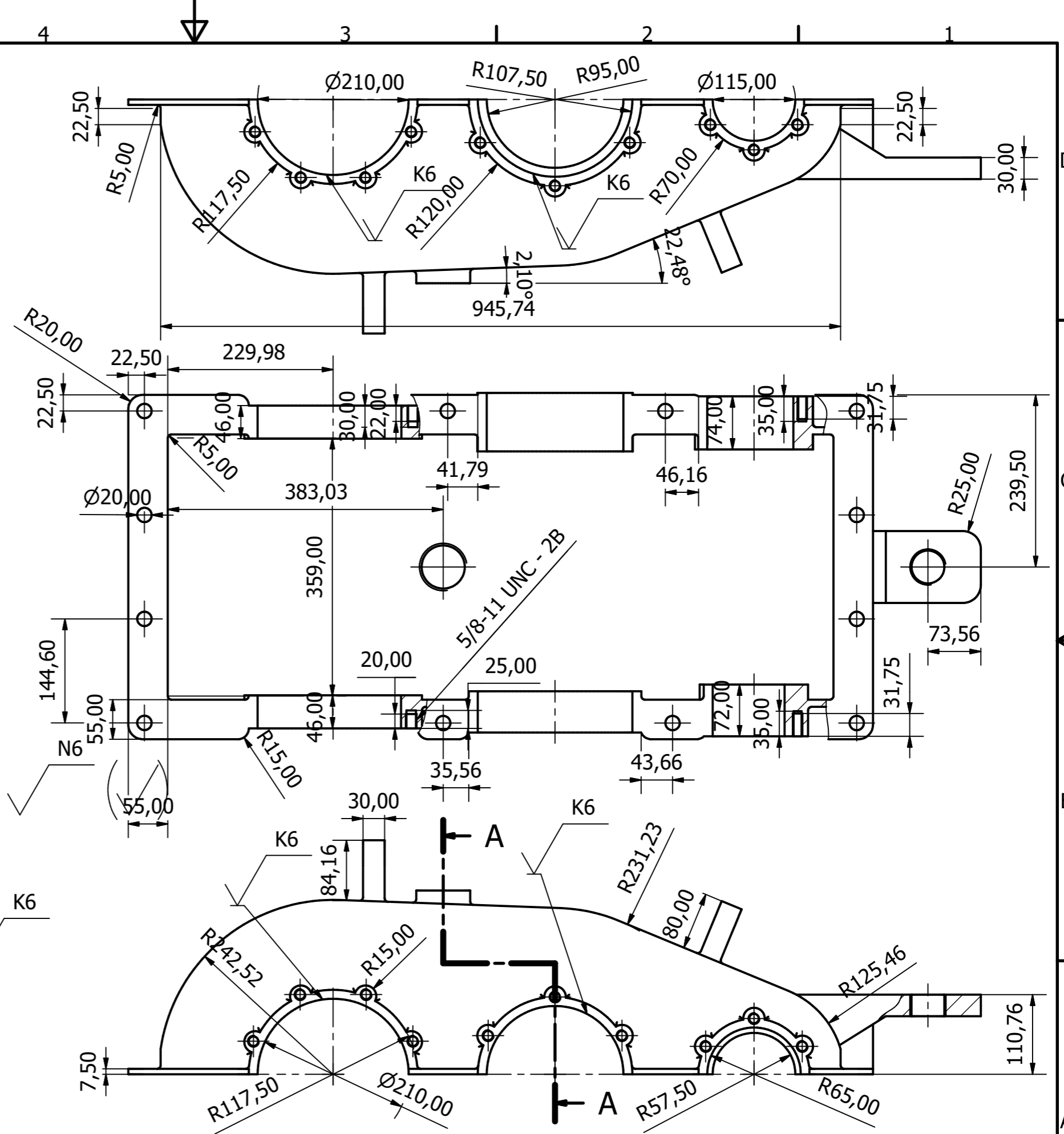
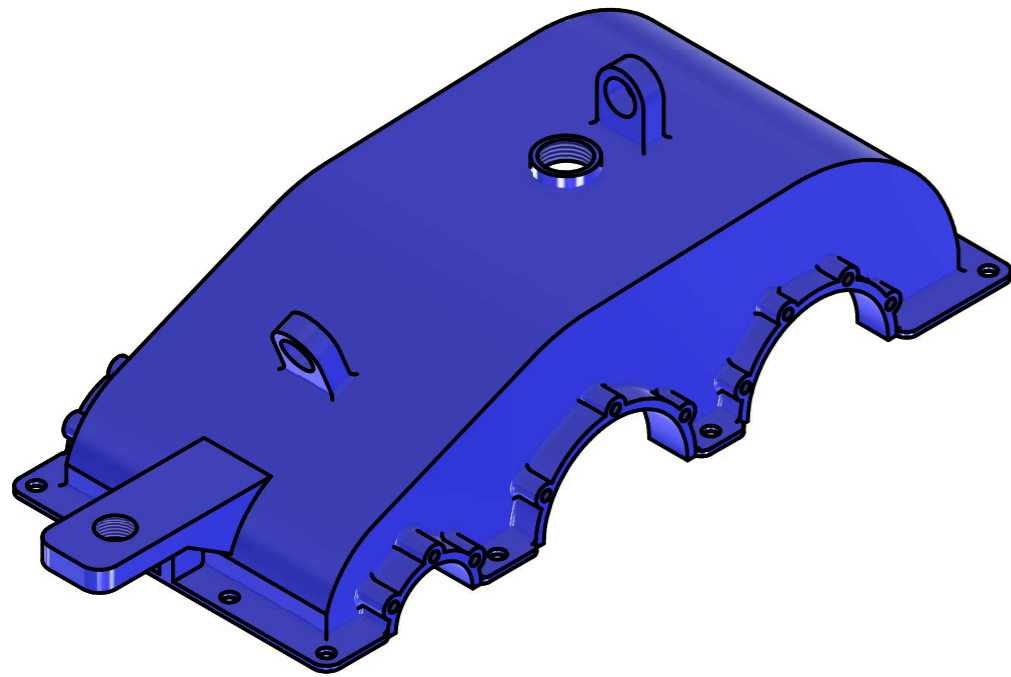
Plànol:	Roda primera etapa	Data:	10/02/2024	Núm. plànol	5
Autor:	Àlex Climent Motoso	Escala:	5		
Treball Fi de Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials		Projecte: Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità			



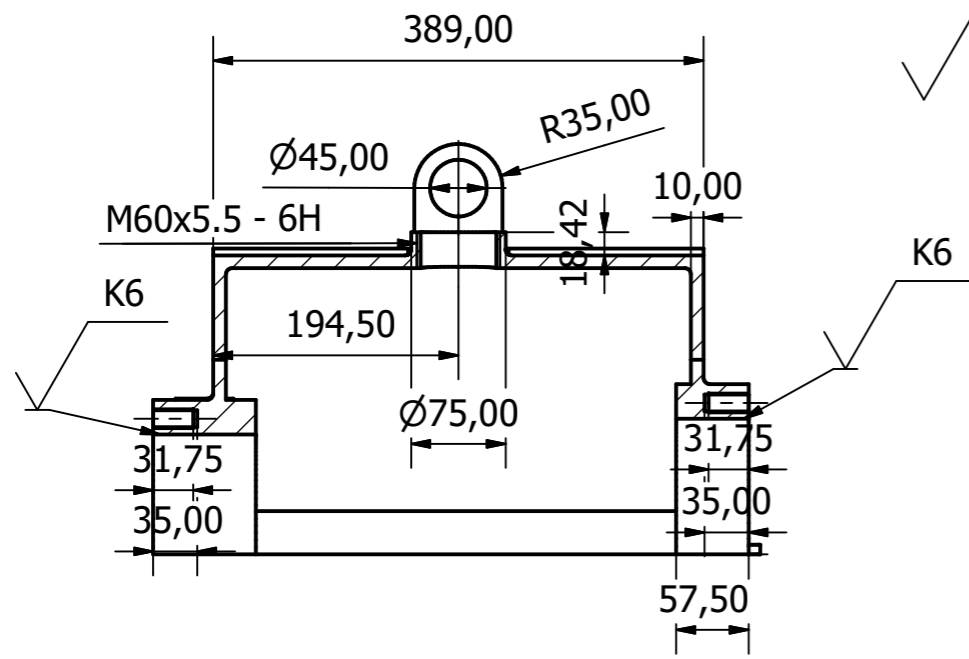


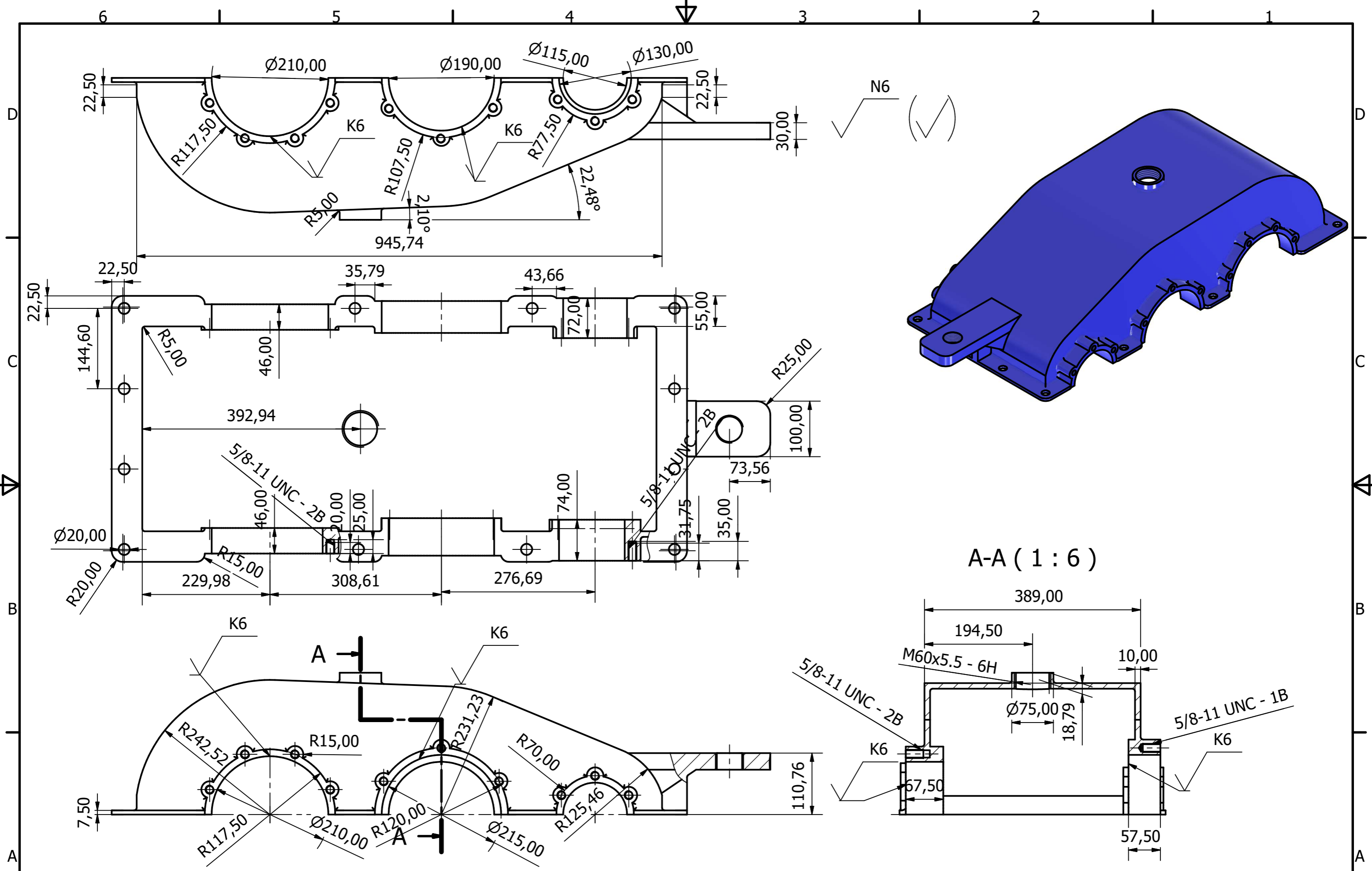
Mòdul	10
Àngle de pressió	$20^\circ$
Àngle d'inclinació	$20^\circ$
Diàmetre primitiu	222,05
Nombre de dents	19
Dades de l'engranatge	



Plànol:	Pinyó segona etapa	Data:	10/02/2024	Núm. plànol	6
Autor:	Àlex Climent Motoso	Escala:	1.2		
Treball Fi de Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials		Projecte: Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità			
 UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA		 ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR ENGINYERIA INDUSTRIAL VALÈNCIA			

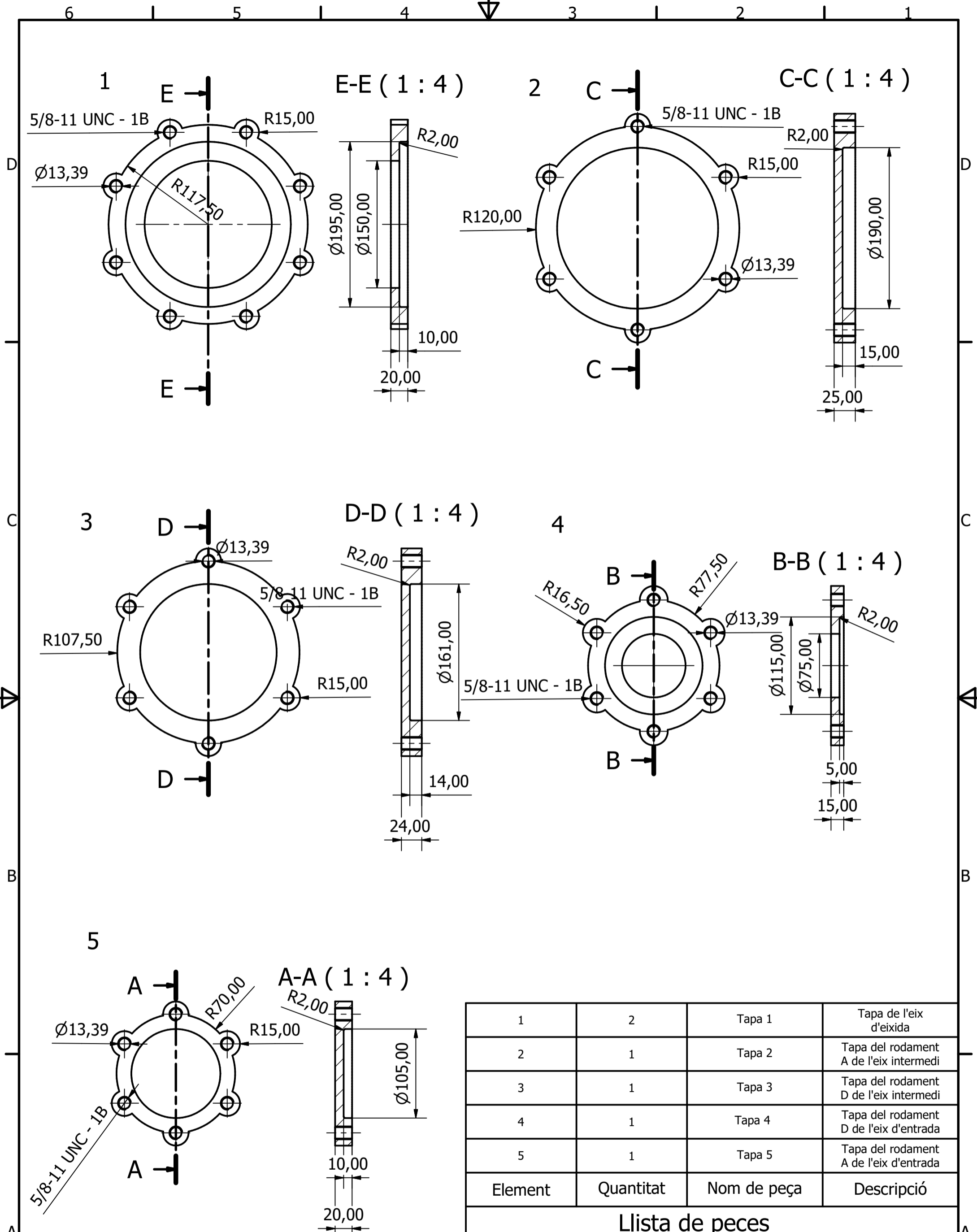


A-A (1 : 6)





Treball Fi de Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials  UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA  ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR ENGINYERIA INDUSTRIAL VALÈNCIA	Projecte: Disseny d'un reductor de velocitat d'engrenatges cilíndrics helioidals de dues etapes per a un tren metropolità	Plànol: Carcassa meitat inferior	Data: 12/02/2024	Núm. plànol 8
		Autor: Àlex Climent Motoso	Escala: 1:6	

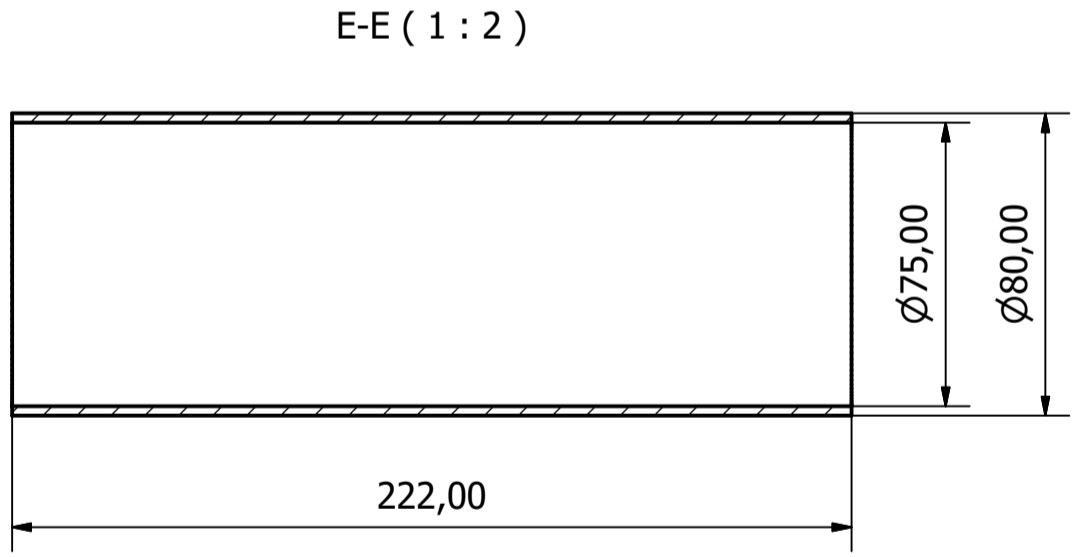
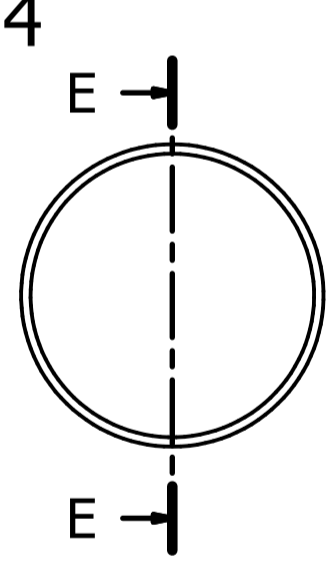
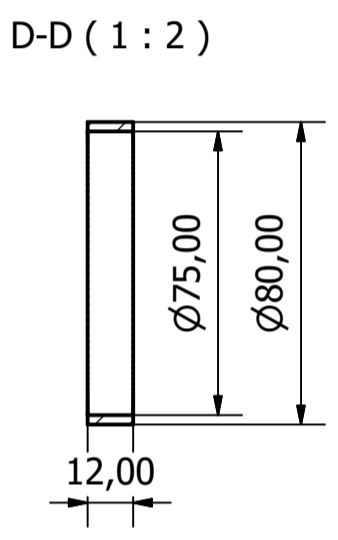
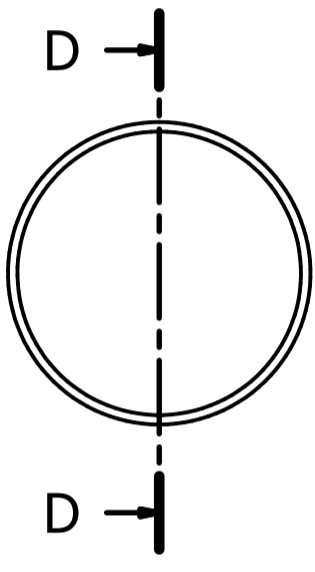
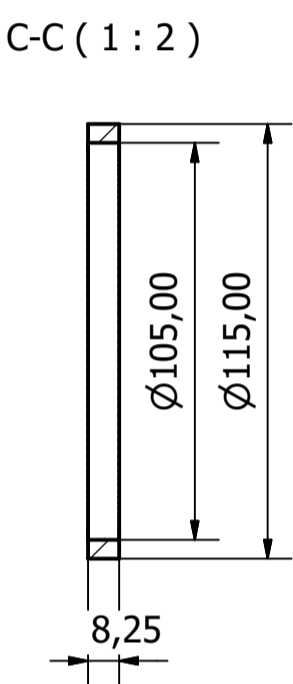
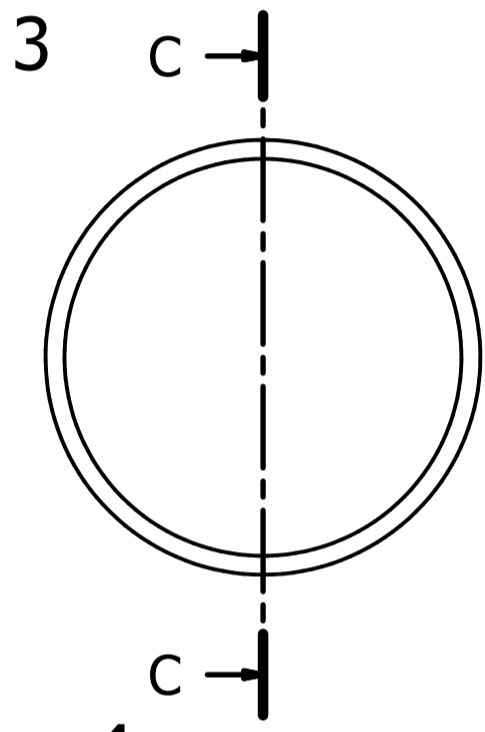
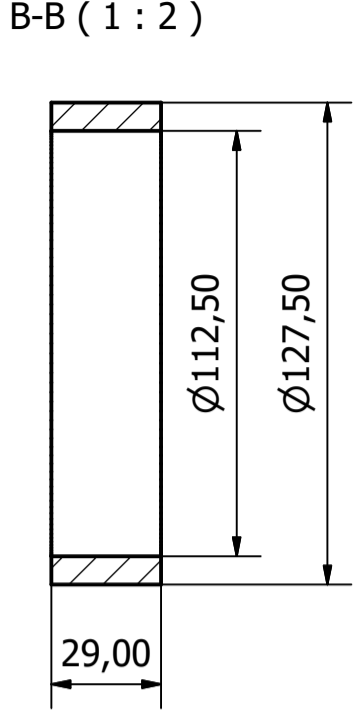
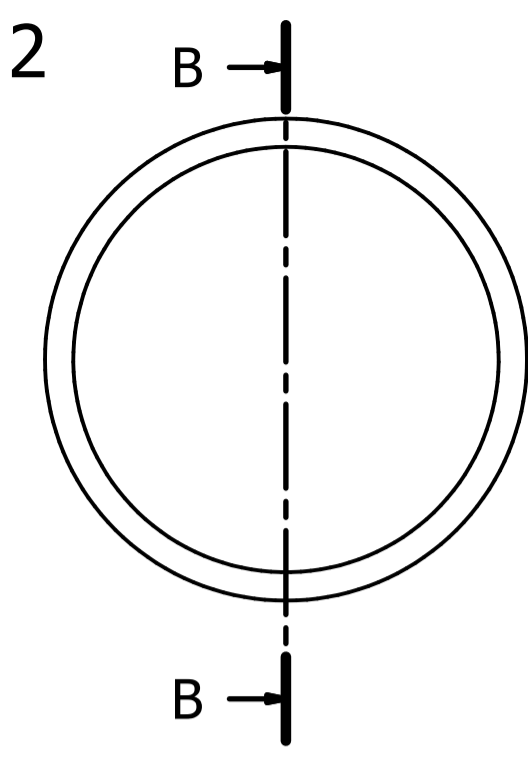
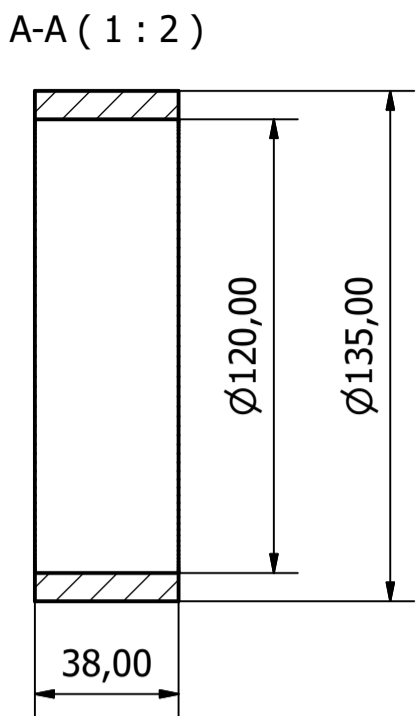
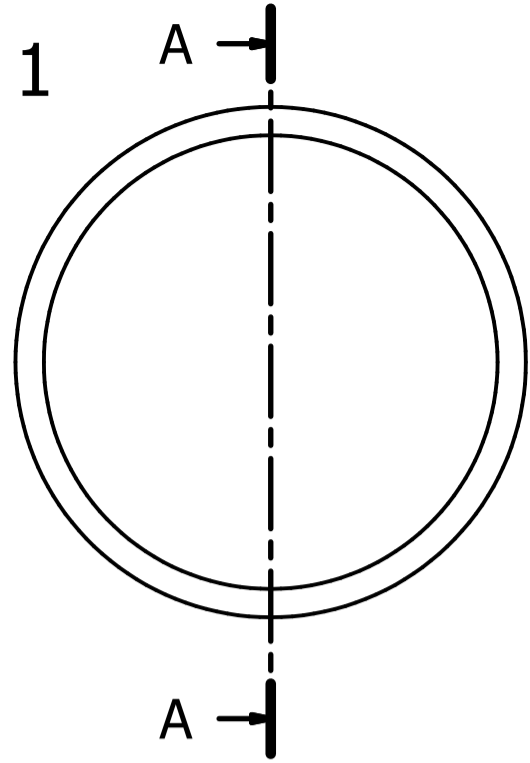


1	2	Tapa 1	Tapa de l'eix d'eixida
2	1	Tapa 2	Tapa del rodament A de l'eix intermedi
3	1	Tapa 3	Tapa del rodament D de l'eix intermedi
4	1	Tapa 4	Tapa del rodament D de l'eix d'entrada
5	1	Tapa 5	Tapa del rodament A de l'eix d'entrada
Element	Quantitat	Nom de peça	Descripció

Llista de peces

Plànol:	Tapes de la carcassa	Data:	13/02/2024	Núm. plànol 9
Autor:	Àlex Climent Motoso	Escala:	1:4	
Treball Fi de Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials		Projecte: Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità		
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA		ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR ENGINYERIA INDUSTRIAL VALÈNCIA		

6 5 4 3 2 1



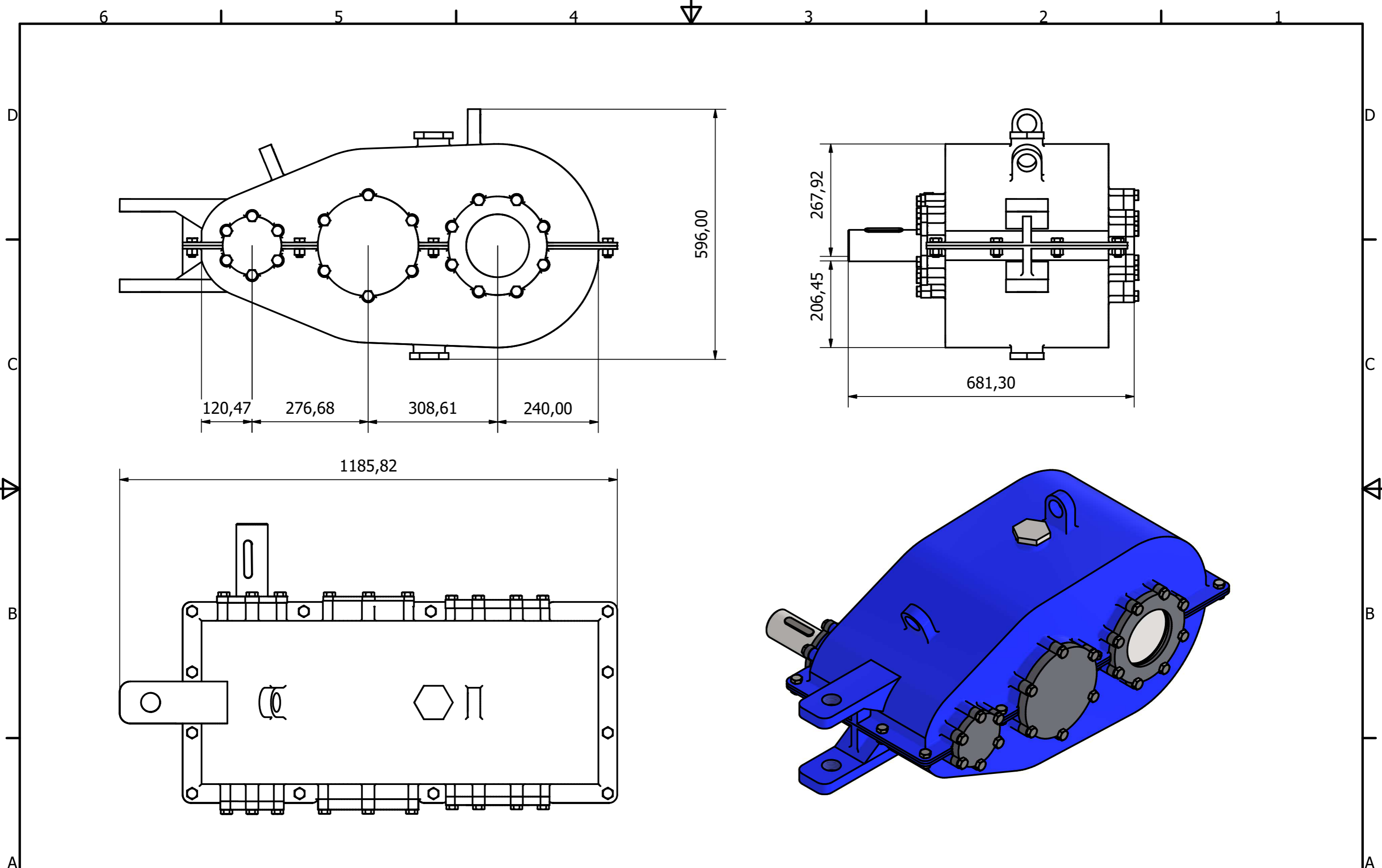
5



1	1	Casquet 1	Casquet eix intermedi
2	1	Casquet 2	Casquet eix intermedi
3	1	Casquet 3	Casquet eix intermedi
4	1	Casquet 4	Casquet eix d'entrada
5	1	Casquet 5	Casquet eix d'entrada
Element	Quantitat	Nom de peça	Descripció

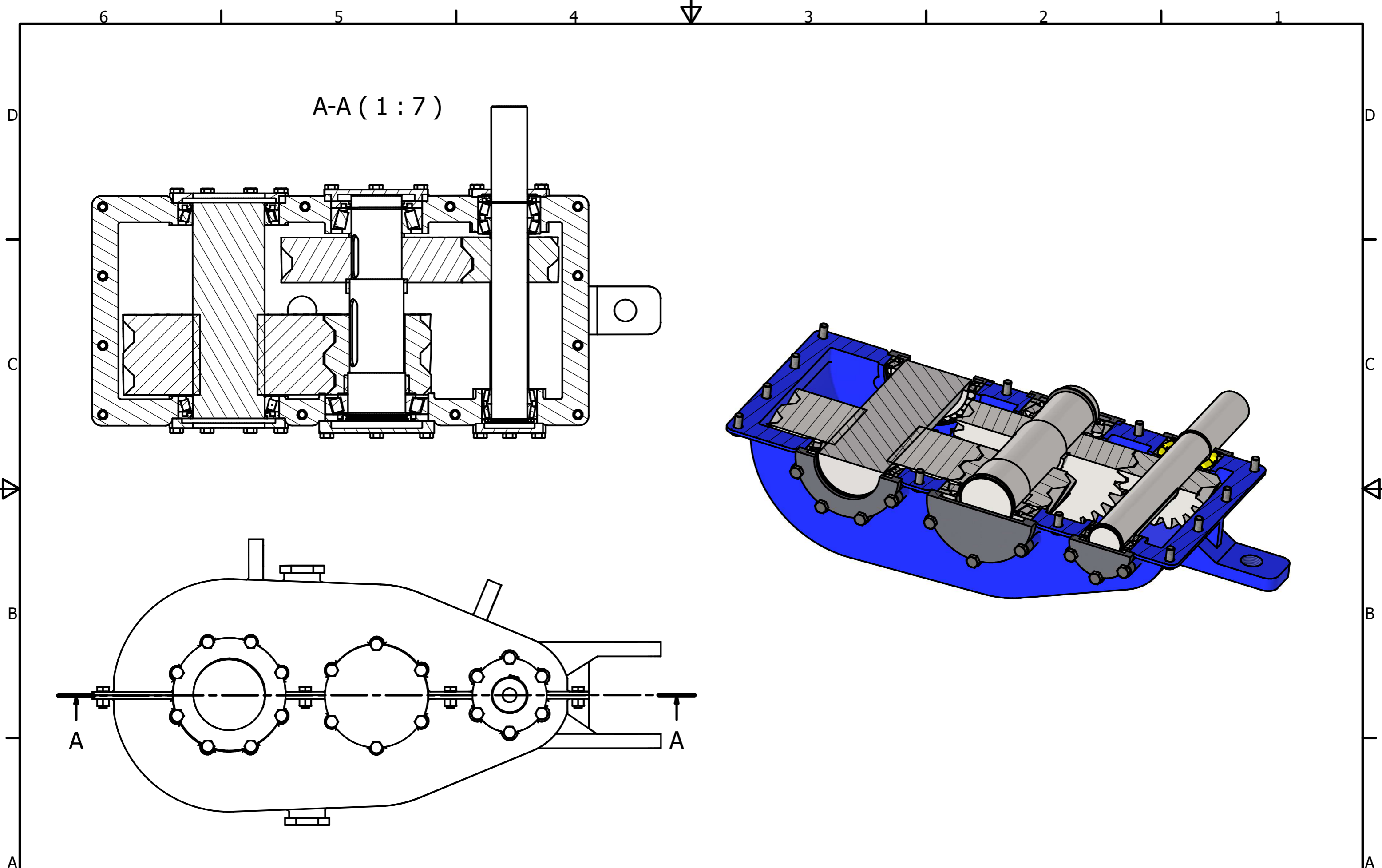
Llista de peces

Plànol:	Casquets	Data:	09/02/2024	Núm. plànol
Autor:	Àlex Climent Motoso	Escala:	1:2	10
Treball Fi de Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials		Projecte: Disseny d'un reductor de velocitat d'engrenatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità		
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA		ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR ENGINYERIA INDUSTRIAL VALÈNCIA		

6 5 4 3 2 1



Treball Fi de Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials  UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA  ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR ENGINYERIA INDUSTRIAL VALÈNCIA	Projecte: Disseny d'un reductor de velocitat de d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità	Plànol: Vista general	Data: 15/02/2024	Núm. plànol 11
		Autor: Àlex Climent Motoso	Escala: 1:8	



Treball Fi de Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials



Projecte: Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità

Plànol:

Tall general

Autor:

Àlex Climent Motoso

Data: 16/02/2024

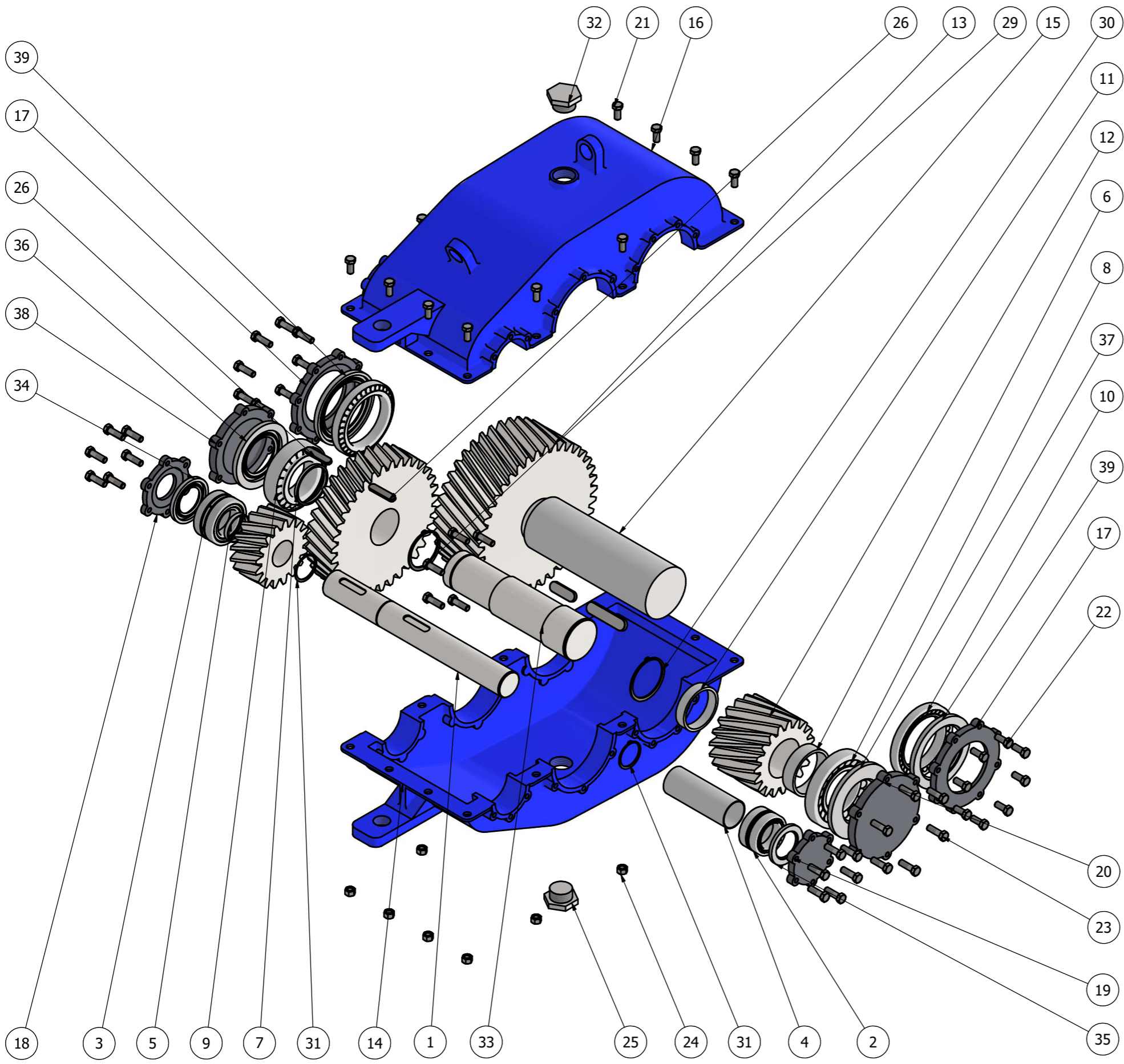
Escala: 1:7

Núm. plànol

12

6 1 5 1 4 3 1 2 1 1





LISTA DE PIEZAS			
ELEMENTO	CTDAD	Nº DE PIEZA	DESCRIPCIÓN
1	1	Eix d'entrada	
2	1	SKF 33015/DF	Rodament de rodets cònics aparellat cara a cara
3	1	SKF 32215/DF	Rodament de rodets cònics aparellat cara a cara
4	1	Casquet d'entrada AB	
5	1	Casquet d'entrada BC	
6	1	Casquet intermedi AB	
7	1	Casquet intermedi CD	
8	1	SKF 30224	Rodament de rodets cònics
9	1	SKF 32221	Rodament de rodets cònics
10	2	SKF T4DB50	Rodament de rodets cònics
11	1	Casquet intermedi BC	
12	2	Pinyó	
13	2	Roda	
14	1	Carcassa inferior	
15	1	Secció eix d'eixida	
16	1	Carcassa superior	
17	2	Tapa T4DB150	
18	1	Tapa 32215DF	
19	1	Tapa 33015DF	
20	1	Tapa 30224	
21	12	AS 1110 - M16 x 35	Caragols mètrics ISO
22	8	AS 2465 - 5/8 x 1 1/2 UNC	Rosques i caragols
23	32	AS 2465 - 5/8 x 2 UNC	Rosques i caragols
24	12	AS 1112 - M16 Tipo 5	Rosques hexagonals ISO mètriques
25	1	Tapó	
26	2	ISO 2491 - A 20 x 8 x 90	Xavetes paral·leles primes
27	1	ISO 2491 - A 32 x 11 x 140	Xavetes paral·leles primes
28	1	ISO 2491 - A 28 x 10 x 90	Xavetes paral·leles primes
29	1	STN 022930 - 105	Anelles de retenció per als eixos
30	1	STN 022930 - 115	Anelles de retenció per als eixos
31	2	STN 022930 - 72	Anelles de retenció per als eixos
32	1	Tapó magnètic	Tapó magnetitzat
33	1	Eix_intermedi_final	
34	1	SKF 75X130X12 HMS5 RG	
35	1	SKF 75X115X10 HMS5 RG	
36	1	Reten personalitzat	
37	1	Reten personalitzat	
38	1	Tapa 32221	
39	2	Reten personalitzat	
40	1	ISO 2491 - A 5 x 3 x 10	Xavetes paral·leles primes

Plànol:	Vista explosionada	Data:	15/02/2024	Núm. plànol	13
Autor:	Àlex Climent Motoso	Escala:	1:8		
Treball Fi de Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials		Projecte: Disseny d'un reductor de velocitat d'engranatges cilíndrics helicoidals de dues etapes per a un tren metropolità			
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA		ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ENGINYERIA INDUSTRIAL VALÈNCIA			